数学科（数学Ⅱ）学習指導案

岩手県立盛岡第三高等学校
副校長　下町　壽男

１　日　時　平成 26 年 10 月 9 日（木）

２　場　所　宮城県仙台第二高等学校

３　授業者　下町　壽男

３　学　級　2 年 4 組（男子 29 人　女子 10 人　計 39 人）

４　教科書及び使用教材

⑴ 教科書　数学Ⅱ（東京書籍）

⑵ ソフトウェア　GRAPES/友田勝久

⑶ デジタルコンテンツ　Powers Of Ten / Eames Films（時間があれば）

５　単元名　第５章　微分と積分　第１節４　接線の方程式

６　単元についての教材観

【『微分』にもっと市民権を】

例えば,「ベクトル」という数学用語は,「考えるベクトルを同じにして」などというように，日常の中で市民権を得た言葉として，ある意味社会の中で定着しているといえる（もちろん，それが必ずしも数学で定義される概念と合致しているとは限らないが）. ところが，微積分については，言葉自体は社会の中で広く認知されているにもかかわらず，その意味や概念は残念ながら理解されているとは言い難い．むしろ「難しくて嫌なもの」の代名詞として使われることが多い.

「数学とは何か」という問いの答えの一つとして,「数学とは自然現象を支配する物理法則を調べる道具である」と述べることができる．そして，それを読み解く武器として微積分が果たす役割は非常に大きい.

であるから，我々は，もっとポジティブに日常の中で「微分」を語るべきである．そのためにも，微分法の誕生の歴史や，その概念の背景に潜むダイナミズムを示すことで，生徒の関心・意欲を喚起し，微積分の面白さや良さを伝えていくことが求められる.

【微分法の誕生】

微積分の誕生によって数学は，それまでの図形や方程式など静的な対象から，変化や，無限大，無限小という動的な対象を扱うものに変革した．微分法は 17 世紀後半にニュートン，ライプニッツによって構築された数学の一分野ではあるが，その萌芽として，歴史を遡って４つの段階を指摘してみたい.

１つ目は，紀元前５世紀，古代ギリシャ時代のゼノンの「アキレスと亀」などに代表される有名なパラドクスである．これらは，それまでの正統的数学を逸脱し,「無限・運動・連続・変化・分割」といった，それこそ微分法によって説明されるべき概念が取り上げられていたため，当時の数学では解決することができなかった.

２つ目は，紀元前 3 世紀のアルキメデスによる，取り尽くし法による円や球などの求

積や，円周率の近似などである．これはまさに積分の考えそのものともいえる．教科書では，微分からその逆演算として不定積分を登場させる流れになっているが，数学史的に見れば，積分が微分に先行していることがわかる．

３つ目は，１５世紀中世ローマ時代である．この時代は科学の暗黒時代といわれるが，戦争の勝敗に影響を与える大砲の砲弾の研究が盛んに行われた．これによって，ある瞬間の運動の方向，つまり接線の方程式の研究が行われるきっかけが生まれた．

そして，４つ目は17世紀初頭のガリレイの望遠鏡，レーウェンフックの顕微鏡の発明である．望遠鏡が無限大への世界の扉を開いたとすれば，顕微鏡が無限小の世界の扉を開き，微小変化量の分析というニュートンらの新しい数学の端緒となったともいえる．

特に，高校で初等数学を学び終える生徒たちには，このような微分誕生の歴史を伝えていくことは，教養ある市民を養成するためにも必要なことではなかろうか．

【微分とは何か】

微分とは，現象を分析する一つの方法である．一般に関数で表される現象に対して，「現在はこうである」「このままいくと」「将来はこうなるだろう」というのが，伴って変化する変量の関係を分析する一つの態度である．これを「微分」というキーワードを用いて述べると，「現在の状況」＝「初期値」，「このままいくと」＝微分方程式，「将来はこうなる」＝「微分方程式の解曲線」とまとめられる．「このままいくと」とは，小学校の比例における比例定数，中学校の一次関数であれば「直線の傾き」に対応する．そして，高校においては「接線の傾き」を表すものであろう．

<u>微分とは曲線の接線を求めるための計算であり</u>，局所比例法則によって関数の性質を分析することであるとまとめられる．これを，図形的に述べると，曲がりくねった（滑らかな）曲線も局所的にみると直線とみなすことができること，それによって，曲線の性質を分析するというのが微分法のエッセンスであると捉えることができる．

７　本時の目標

(1) 「微分」について明確なイメージを持ち、他者にそれを説明できる．

(2) 接線の方程式を「微分」「差の式」の２つのアプローチによって求めることができる．

８　評価規準

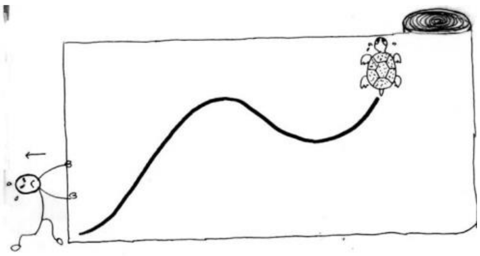
観点	概ね満足できる(B)	留意事項
関心・意欲・態度	・微分の概念がどのように芽生え発展したかに興味を示し、数学の楽しさや、良さを実感している。(観察・感想) ・グループ活動に協力的に取り組んでいる。(観察)	エンカレッジする発問の工夫。 教具やICT機器の活用。 円滑なグループ活動を促す。
思考・判断・表現	・微分の概念を理解し、それを自分の言葉で表現しようとしている。(観察・感想) ・差の式から逆向きに思考して接線の方程式を求める、数学的な見方・考え方ができる。(観察・ノート)	グループ活動を個に返す。
知識・理解	・既習事項の直線の方程式と接線の方程式の繋がりを理解している。(観察)	教科書の戻る場所を示す。
技能	・接線の方程式の公式を利用して接線を求めることができる。 ・差の式の意味が理解でき、これを利用して接線を求めることができる。(観察・ノート)	机間巡視により適宜アドバイスを行う。

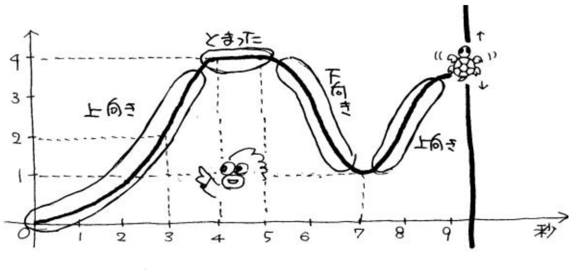
９　本時の指導の構想

（１）ビジュアルな要素を取り入れ、アクティブな授業展開を行う

①　紙芝居や ICT 機器を利用して微分の歴史的な流れを提示する

②　直線上を運動するカメの動きを分析する簡単な演示実験から微分をイメージさせる





（２）グループワークを取り入れ、生徒が能動的に参加する授業を目指す

①　初対面なので、円滑な授業が展開できるようエンカウンティングなどを工夫する

②　グループ活動によって協働的に問題解決に向かわせる

（３）今後の学びや、大学入試に対応する発展的な考え方を提示する

②　接線の方程式から微分形式、微積分学の基本定理を展望する

接線の方程式は，既習事項の $y-y_1=m(x-x_1)$ との関連で説明するだけでなく，局所的に，$y-y_1$ と $x-x_1$ が比例していて，その比例定数が $f'(x_1)$ であると説明する。それによって，微分，$dy=f'(x)dx$ へつながり、更に微小変化量の総和から微積分学の基本定理を展望できる。

③　「差の式」の考え方から２次関数における接線の方程式にアプローチする

「差の式」は、方程式との関係でグラフを考えさせるよい教材である。また、今後、定積分の計算を行う際に必須の考え方になる。

「差の式」の考えから自在に関数を組み替えるイメージが持てれば、大学入試に臨む際にも大きな武器となりうる。

【例題】

曲線 $y=x^2-x+2$ 上の点 $(2,4)$ における曲線の接線の方程式を求めよ。

【解法１】

$y'=2x-1$ より $x=2$ のとき $y'=3$

よって接線の方程式は

$y-4=3(x-2)$

$y=3x-2$

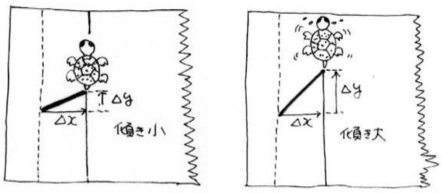
【解法２】

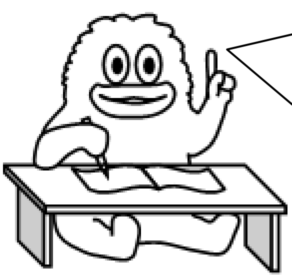
求める接線の方程式は

$y=x^2-x+2-(x-2)^2$

$y=3x-2$

10　本時の展開

	学習内容及び学習活動	指導上の留意点
導入 15分	1　**本時の学習課題の提示** **①微分についての確かなイメージを持ち、微分とは何かを他者に説明することができる。** **②接線の方程式を2つの視点から求めることができる。**	■クラスを４～５人のグループに分ける ・初対面のクラスなので、冒頭にアイスブレイクを入れ融和を図る。 【アイスブレイクの例】 「分」のつく数学用語を書き上げよ。 ※グループで競争 ・微分とは何かという発問を行い、生徒が微分に対して持っているイメージを把握する
	2　**微分の歴史的流れを示す** **①紙芝居仕立てで、歴史の中で微分がどのようにして生まれたかを説明。** **②途中に、動画を入れる**	・興味を喚起するためICT機器を活用 ・時間があればPowers of ten を見せる
展開 25分	1　**直線運動するカメの動きを分析する**  ・カメの速さ、運動の向きで軌跡はどのようになるか. ・カメの，ある瞬間の速さはどう考えればよいか.	・2名の生徒をアシスタントにして実験
	2　接線の方程式を求める (1)　曲線上の接線の方程式 (2)　曲線外の点から引いた接線の方程式 **【例題１】** 曲線 $y=x^2-x+2$ 上の点 $(2,4)$ における曲線の接線の方程式を求めよ。 **【例題２】** 曲線 $y=x^2-3x$ に $(3,-4)$ から引いた接線の方程式を求めよ。 ※　上記問題を2通りの解法で行う	・差の式の考え方でなぜ接線の方程式が導かれるのかグループで討議する
まとめ 5分	5　**学習のまとめ** ・微分のイメージはどう変わったか ・差の式のイメージはできたか	・「微分」とは何かをグループ内で論じ合う



MEMO