

# 盛岡三高数学科通信

## How do you solve? How do you teach?

### 第8号

発行責任者  
盛岡第三高等学校  
下町壽男

今回は、盛岡三高参加型授業ビデオから、小瀬川先生の授業に注目したいと思います。また、その授業で取り上げられている不等式の証明について紙面の許す限り触れてみたいと思います。

### ● 生徒に安心と信頼を与える授業

小瀬川先生は、昨年9月に行われた、「数学・課題別セミナー」で実践発表を行いました。

内容は、模試をペースメーカーとする授業をやめ、「生徒に安心と信頼を与える」をスローガンに、教科書ベースの指導を中心とした取組を学年として行い続けていく中で、入学時は模試の成績がワーストだった学年が、卒業時では、難関大合格者を数多く出すなど大きな成果を挙げたというものでした。

「盛岡三高参加型授業」ビデオの小瀬川先生の授業でも、「生徒に安心と信頼」を与える指導の一端を垣間見ることができます。以下にそのいくつかを挙げてみます。

#### ① 毎時間の小テストの実施

小瀬川先生は授業冒頭に「小テスト」を入れています。この小テストのポイントを2つあげておきます。

【内容】 通常行われる小テストの内容の多くは、前時の復習や、本時で展開される内容の仕掛けなどですが、小瀬川先生は、授業の進度とは無関係に、既習事項から適切に取り出して出題しています。そして、その結果を踏まえて、問題の配列や難易を変えながらタイミングよく「旬の」問題を出しています。生徒の現状と、目指す目標地点との差を埋めるために、絶えず適切な問題を提供できる教師は生徒の力を伸ばす教師といえます。

【実施の仕方】 小テストは漫然と始まりません。裏返しの状態で配布し、チャイムと同時に緊張感を持って一斉に開始されます。

また机間巡視で生徒の取組みの状況を確認し、事後解説に役立っていることも着目すべき点です。

#### ② 家庭学習

小瀬川先生は、家庭学習のボリュームを維持し、鍛えることをさぼりません。そして、授業と家庭学習を連動させています。また、生徒に黒板で解かせる場面で課題チェックを素早く行うなど、時間の使い方を工夫し、スピード感を出して生徒の集中力を生み出しています。

#### ③ 机間巡視と発問

多くの授業で見られる机間巡視は、理解が十分でない生徒の前で、ひたすら一対一指導を行うものです。これは授業を止め、ある意味他の生徒を放り投げているともいえます。また、個人への発問によって沈黙が発生し、授業がスローダウンしたり、クラス全体が暗い雰囲気になるような状況もよく見られます。

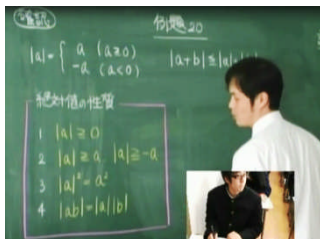
小瀬川先生は頻繁に机間巡視を行いますが、その目的は、個別支援のためだけではありません。生徒全体の定着状況やつまづきの傾向を探り、次の展開に活かす材料を見つけるために行っていることがわかります。

また、個人に発した発問は、教師と1人の生徒とのやりとりで終わらせず、クラス全体の問題へと波及させているところにも注目したいと思います。

そして、アーリーラーナーに対しても様々なレベルの問題を準備するなど、クラスに「浮きこぼれ」をつくらないような配慮を十分に行っています。

#### ④ 既習事項の確認

現在の知識や概念を獲得する土台となる既習事項が登場する度、授業の中で素早く確認しています。このことにより、スパイラル的な学び直しが授業の中で起きています。これも生徒に「安心」を与える授業です。(写真：絶対値の復習を素早く解説)



### ● まとめ ～授業規律と授業の型～

数学においては、「技能の習熟」という大命題があります。確かに、問題が解けなくても楽しく、面白くということもある意味重要です。また、楽しさや面白みを排除し、知識技能に偏重したドリル型の授業は、むしろ生徒の数学的な能力を阻害する面もあるでしょう。

しかし、問題を解くことができこそ生徒の「安心」が獲得されるのも事実です。そして、生徒に「解ける」という実感をもたせてこそ教師は生徒から「信頼」を得ることができるのではないかと思います。

小瀬川先生の授業には、生徒に着実に力をつけるための型があります。それは教師と生徒との信頼関係によってつくられたものであると感じられます。

知識や技能の定着は、大量の課題などの物量主義によるものではないし、カリスマ教師の魔法でもありません。

生徒にやるべきことをやらせるという「厳しさ」もきちんと要求し、そういう教師と生徒との了解の上で、教師は生徒の学力向上に責任を持ち、生徒は、この先生にならついていけるという信頼を抱くのです。その関係性と循環によって、生徒は意欲的に授業に参加し、受験に立ち向かえる力を身につけていくものと思います。

### ● 不等式の証明

不等式は、それを「証明する」こととともに、その不等式がどんな意味を持つのか、どんなことに役立つかなどについて触れておく必要もあると思います。

では、この観点に立って、授業で小瀬川先生が取り上げた不等式の証明について少し補足したいと思います。

#### 【1】 相加相乗平均の不等式は存在定理

例えば、40人のクラスで、「身長が1m以上の生徒は手を挙げて」というと全員が手を挙げるでしょう。今、出席番号  $k$  の生徒の身長を  $x_k$  とすると、 $x_k \geq 1$  ( $1 \leq k \leq 40$ ) は、真の命題です。しかし、等号は成立しません(恐らく)。つまりこの不等式は最小値の存在を約束していません。

相加相乗平均の不等式をなぜ学ぶか。それは、この不等式が最小値の存在を保証してくれるからです。

そこで、授業で、小瀬川先生が取り上げた不等式、

$\left[ a > 0, b > 0 \text{ のとき } (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 16 \text{ を示せ} \right]$  に対し、次のような解答の問題点を考えさせるのはどうでしょうか。

【ある生徒が次のような解き方ではだめかと聞いてきました。あなたはどうか答えますか?】

相加相乗平均の不等式より  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  ※

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 6\sqrt{\frac{1}{ab}} \quad \text{※※} \quad \text{※, ※※より辺々かけて}$$

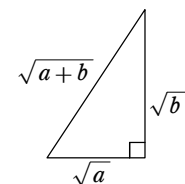
$$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 12$$

#### 【三角不等式】

$$\text{① } \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b} \quad \text{② } |a| + |b| \geq |a+b|$$

この授業では、上のような三角不等式が取り上げられました。三角不等式は、距離を定義する重要性質の1つですが、1年生段階で、変量の総和やベクトルの定義の話をして、意味が伝わらないのも事実です。

私は①については、次のような図を用いています。



つまり①⇔「三平方の定理」+「2辺の和は他の1辺より長い」ということですね。

②については、家計簿などの出納帳で説明したことがあります。収入は正で、支出は負。

項目	収入	支出	収支
仕送り	50,000		50,000
電気代		8,000	42,000
バイト料	30,000		72,000
服		12,000	60,000
バイト料	30,000		90,000
ガス		9,000	81,000
電話		5,000	76,000
	110,000	34,000	76,000

また、収支を記帳していく過程が、逐次変位を記録するイメージです。そこで、収入、支出の総トータルよ

項目	収入	支出	収支
仕送り	50,000		50,000
電気代	8,000		58,000
バイト料	30,000		88,000
服	12,000		100,000
バイト料	30,000		130,000
ガス	9,000		139,000
電話	5,000		144,000
	144,000		144,000

りも、それぞれの金額(の絶対値)を足したもののほうが大きいことが理解されます。

上図 76,000 円は  $|a_1 + a_2 + \dots + a_n|$  のイメージ。一方、下図の 144,000 円は  $|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|$  のイメージです。