

# 盛岡三高数学科通信

## How do you solve?

## How do you teach?

### 第21号

発行責任者  
盛岡第三高等学校  
下町壽男

#### センター試験トピックス

センター試験が終わりました。今回はその問題からピックアップしてみたいと思います。

#### 【数学IA 集合と論理】

(2) 集合  $U$  を  $U = \{n \mid n \text{ は } 5 < \sqrt{n} < 6 \text{ を満たす自然数}\}$  で定め、また、 $U$  の部分集合  $P, Q, R, S$  を次のように定める。

$$P = \{n \mid n \in U \text{ かつ } n \text{ は } 4 \text{ の倍数}\}$$

$$Q = \{n \mid n \in U \text{ かつ } n \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$$

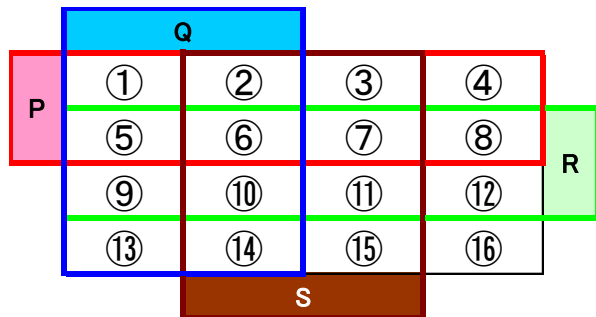
$$R = \{n \mid n \in U \text{ かつ } n \text{ は } 6 \text{ の倍数}\}$$

$$S = \{n \mid n \in U \text{ かつ } n \text{ は } 7 \text{ の倍数}\}$$

全体集合を  $U$  とする。集合  $P$  の補集合を  $\bar{P}$  で表し、同様に  $Q, R, S$  の補集合をそれぞれ  $\bar{Q}, \bar{R}, \bar{S}$  で表す。

数学I・Aの第1問の集合の問題は、4つの集合の関係が取り上げられています。

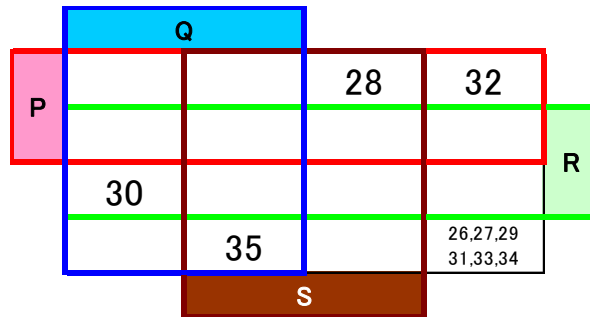
集合が3つだと、ベン図によって視覚化されますが、4つだとそれができません。なので、全体のイメージがつかみづらいかもしれません。私は、集合が4つの場合は、次のような図を用います。



確か、今年度の夏に進学支援ネットワークでもこの図の話しをしたような気がします。

この図において、 $P \cap R$  は、⑤⑥⑦⑧のセルだし  $P \cap S$  は②③⑥⑦、 $Q \cap R$  は⑤⑥⑨⑩ などとすぐイメージできます。

さて、 $n$  は 26 から 35 までの数なので、上の表に、適するように数を入れていきましょう。



これさえ作ればどんな問題もどんどこいです。

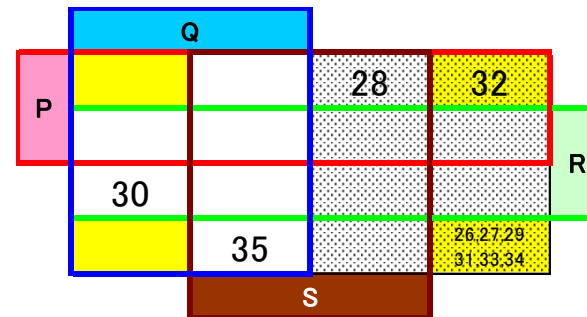
- (1)  $U$  の要素の個数は  個である。
- (2) 次の①~④で与えられた集合のうち、空集合であるものは 、 である。  
、 に当てはまるものを、次の①~④のうちから一つずつ選べ。ただし、、 の解答の順序は問わない。
- ①  $P \cap R$    ②  $P \cap S$    ③  $Q \cap R$    ④  $P \cap \bar{Q}$    ⑤  $R \cap \bar{Q}$

図から、空集合であるところは①と④とすぐわかりますね。

- (3) 集合  $X$  が集合  $Y$  の部分集合であるとき、 $X \subset Y$  と表す。このとき、次の①~④のうち、部分集合の関係について成り立つものは 、 である。  
、 に当てはまるものを、次の①~④のうちから一つずつ選べ。ただし、、 の解答の順序は問わない。
- ①  $P \cup R \subset \bar{Q}$    ②  $S \cap \bar{Q} \subset P$    ③  $\bar{Q} \cap \bar{S} \subset \bar{P}$   
④  $\bar{P} \cup \bar{Q} \subset \bar{S}$    ⑤  $\bar{R} \cap \bar{S} \subset \bar{Q}$

これも、例えば、 $P \cup R$  は上にあげた図の①~⑫であることなどを考えていけば、該当するのは(解答の)①と④であることは一目瞭然です。

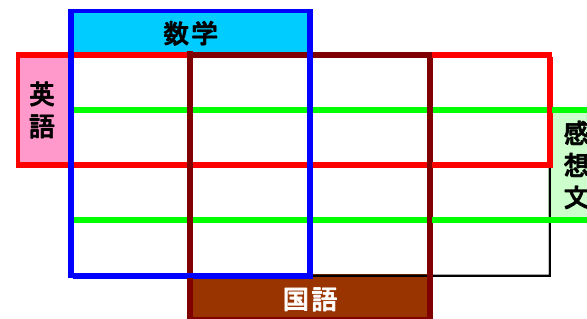
<例> 問題文の選択肢④の場合



黄色セルが  $\bar{R} \cap \bar{S}$  打点部分が  $\bar{Q} \therefore \bar{R} \cap \bar{S} \subset \bar{Q}$

私は、担任をしていたとき、上にあげた図を、夏休みの課題提出一覧に使っていました。

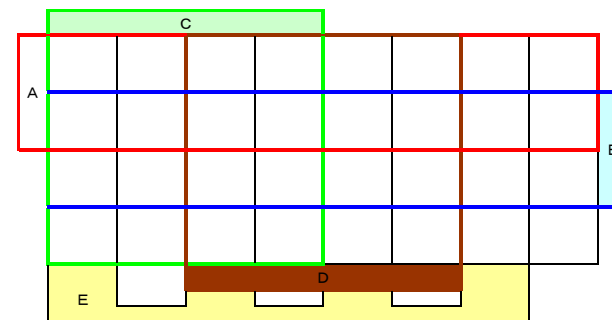
例えば、数学・英語・国語の課題と、読書感想文の提出状況について、各セルに、生徒の名前の書いたマグネットシートをペタペタ貼って提出するたびに、それを適する場所に移動させていました。



このようなことを、小学校からやっていれば、集合の考え方が身に着くかもしれません。

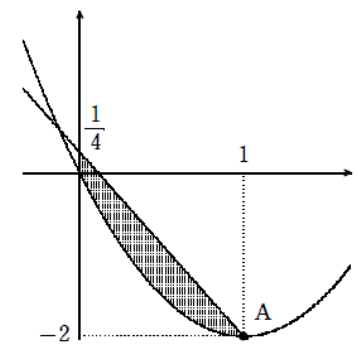
ここで用いた図を、カルノー図(熱力学で用いる図)と私は呼んでいますが、正式には何と呼ばれているかはわかりません。

もし集合が5つなら下図のような表になります。



【数学II B 微積分】

先日、平館高校の藤澤先生から、こんなメールが来ましたので紹介します。



$$S = \int_0^1 \left( -\frac{9}{4}x + \frac{1}{4} \right) - (2x^2 - 4x) dx$$

を計算させたいのですが、

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{2}{6} \cdot 1^3 = \frac{1}{8} + \frac{1}{3} = \frac{11}{24}$$

とやってしまう手があります。

しかも、頂点 A を含んでしまったために

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{9}{4} - 2 \cdot \frac{2}{6} \cdot 1^3 = \frac{9}{8} - \frac{2}{3} = \frac{11}{24}$$

とやってしまう手まであります。

「1/6公式」を使う部分と、三角形の部分に分割することで、定積分の計算を経由せずに答えだけショートカットでゲットできます。

それは、センター試験の作題としていかがなものかという問題提起です。

私は、これまで、このようなセンター試験の作題を、「メタ認知」「アブダクション」「ヒューリスティック」などの言葉まで動員しながら、弁護してきましたが、こうも続くともう面倒見切れませんね。