盛岡三高数学科通信
How do you solve？ How do you teach？

第 20 号
発行責任者
盛岡第三高等学校
下町壽男

課題学習

新しい学習指導要領において，数学 I でデータ分析が入ったことや，数学 A での新領域が話題になっていますが，もう一つ重要なものとして，数学 I・数学 A で課題学習が義務付けられたということがあります．

ただでさえ教える内容が増えているのに，課題学習まで入ってきて大変だと思う先生方も多いと思います．

でも，私は，課題学習は，そんなに難しく考えなくてもいいのではないかと思います．

課題学習というと，何となく実験や観察をしたり，モノを作ってみたりということをイメージする人も多いと思いますが，そういうことではありません．もちろん，そのような活動も含まれますが，そうではなく，普通に教室で講義する中でも十分課題学習を行うことができると思います．

今回は，本校で行ってみても面白そうな課題学習をいくつか提起したいと思います．

【数学オリンピックの問題に挑戦】

今の，高校での数学の指導を見ていると，いくつかの定理や公式を教えて，それを使った例題を教師が説明し，そしてその類題を演習するというスタイルがとても多いような気がします．そのため，数学の問題を解くことが，「習った公式や解法手順を，他の問題にあてはめていく作業」と考えてしまう生徒がとても多いのではないでしょうか．

そこで，課題学習で数学オリンピックの問題を取り上げてみるのはどうでしょう．数学オリンピックの，特に整数や組合せの問題では，高校 1 年程度の予備知識で，あとは「考える」ことで解ける問題が出題されます．

このような活動から，技能訓練のような数学の授業ではなく，少しでも「数学的な見方・考え方」を育成する授業が展開できるのではないかと思います．

一例として，今年度の数学オリンピックの問題から 1 題紹介しましょう．

> 10！の正の約数 d すべてについて，$\frac{1}{d+\sqrt{10!}}$ を足し合わせたものを計算せよ

一見とんでもない問題のように感じますが，個人，ペア，グループで考えさせることにより，例えば，10！ではなく，まず，4! や 5! で考えてみようなど，いろいろな方略がでてくるのではないかと思います．

そして，教師がうまく誘導することで，約数はペアで見つけていくこと（例えば，24 なら，1,2,3,4・・・・ではなく，1 と 24，2 と 12，というように），ペアにしてまとめ直すとうまく計算できること，10! を素因数分解して，約数の個数を導くこと，など，数学 A の課題学習としてかなり充実した授業になる可能性があるかと思います．

特に本校の 1 年生には，来年数学オリンピックに多数参加して欲しいので，その布石にもなると思います．

【三角比の発展】

昨年度の授業力向上セミナー（今年度より，数学・授業実践セミナーと名前を変えている）で，一関一高と，西和賀高校の先生が，課題学習の授業を行いました．

二人とも，三角比の応用の授業で，加法定理を展望するような内容でした．

では，ここでは，三角比の表を使いながら考えさせるような課題学習の例を，2 つほど紹介したいと思います．

① $\sin 20° + \sin 40° = \sin 80°$ はなぜ？

三角比の表で，上のことを確認させます．

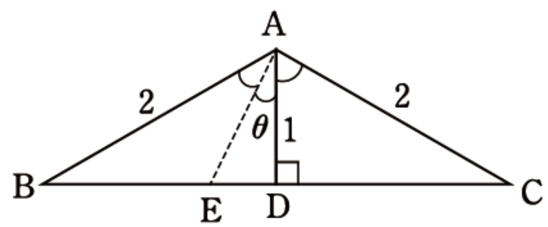
また，$\sin 10° + \sin 50° = \sin 70°$ も言えることも示しておいてもよいかもしれません．

θ	①　sinθ	θ	②　sinθ	①＋②	θ	③　sinθ
1	0.017452	59	0.857167	0.87462	61	0.87462
2	0.034899	58	0.848048	0.882948	62	0.882948
3	0.052336	57	0.838671	0.891007	63	0.891007
4	0.069756	56	0.829038	0.898794	64	0.898794
5	0.087156	55	0.819152	0.906308	65	0.906308
6	0.104528	54	0.809017	0.913545	66	0.913545
7	0.121869	53	0.798636	0.920505	67	0.920505
8	0.139173	52	0.788011	0.927184	68	0.927184
9	0.156434	51	0.777146	0.93358	69	0.93358
10	0.173648	50	0.766044	0.939693	70	0.939693
11	0.190809	49	0.75471	0.945519	71	0.945519
12	0.207912	48	0.743145	0.951057	72	0.951057
13	0.224951	47	0.731354	0.956305	73	0.956305
14	0.241922	46	0.71934	0.961262	74	0.961262
15	0.258819	45	0.707107	0.965926	75	0.965926
16	0.275637	44	0.694658	0.970296	76	0.970296
17	0.292372	43	0.681998	0.97437	77	0.97437
18	0.309017	42	0.669131	0.978148	78	0.978148
19	0.325568	41	0.656059	0.981627	79	0.981627
20	0.34202	40	0.642788	0.984808	80	0.984808
21	0.358368	39	0.62932	0.987688	81	0.987688
22	0.374607	38	0.615661	0.990268	82	0.990268
23	0.390731	37	0.601815	0.992546	83	0.992546
24	0.406737	36	0.587785	0.994522	84	0.994522
25	0.422618	35	0.573576	0.996195	85	0.996195
26	0.438371	34	0.559193	0.997564	86	0.997564
27	0.45399	33	0.544639	0.99863	87	0.99863
28	0.469472	32	0.529919	0.999391	88	0.999391
29	0.48481	31	0.515038	0.999848	89	0.999848
30	0.5	30	0.5	1	90	1

（θ の単位は度数である）

目標は，三角比の表から，上のようなことに気づくことです．

つまり，$\sin(60° - \theta) + \sin\theta = \sin(60° + \theta)$ という関係が成り立つことに気づき，これを，図形などをうまく使って示すことができれば，加法定理に向かう道筋ができるのではないかと思います．

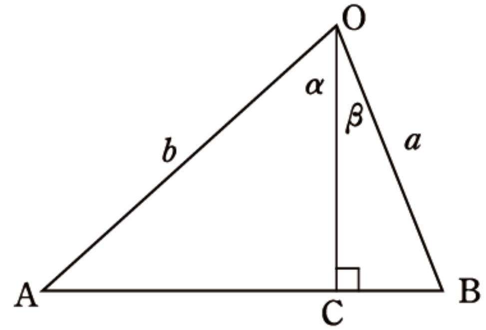


（参考の図）

② 数学 I で加法定理を導く

よくあるのは，15°　75°　の三角比や，正五角形のから 18°　72°　などの三角比を求めさせる授業です．

ここで，紹介するのは，数学 I の考えから図形を用いて，一気に加法定理に向かわせるというものです．



上の図から，次のようにして加法定理を導きます．

$\triangle OAB = \frac{1}{2}ab\sin(\alpha+\beta)$

$AC = b\sin\alpha$　　$OC = a\cos\beta$　より

$\triangle OAC = \frac{1}{2}ab\sin\alpha\cos\beta$

$BC = a\sin\beta$　　$OC = b\cos\alpha$　より

$\triangle OBC = \frac{1}{2}ab\cos\alpha\sin\beta$

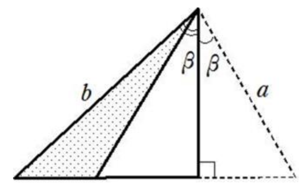
$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$　より

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

同じように面積を使うことで，$\sin(\alpha-\beta)$ や，$\cos(\alpha+\beta)$ の式も導いてしまいましょう．

あとは，この式を使っていろいろな三角比を求めたり，3 度刻みの三角比の表を作成するなどいろいろな発展が考えられますね．

● $\sin(\alpha-\beta)$ の図



● $\cos(\alpha+\beta)$ の図