

# 盛岡三高数学科通信

## How do you solve?

## How do you teach?

### 第10号

発行責任者  
盛岡第三高等学校  
下町壽男



8月6日・7日に北海道で数学の民間教育団体の研究大会に参加してきました。私は確率(とデータの分析)の講座を担当し、40人程の高校の先生方を対象に話をしました。

今回はその中からいくつかの話題を取りあげたいと思います。

#### ① 高校数学とは何か(私の問題意識)

高校における数学とは何かと聞くと、「いくつかの前提となる条件から、公式など既知の解法パターンを駆使して演繹的に推論し答えを導くことである。そこから論理的思考力を育てる。」などという答えが返ってきます。

なるほどそうかもしれません。でも、私はそこには欠けているものがあると思っていました。それは「前提となる条件」や「得られた解の意味」などを考えることです。現実の様々な事象をモデル化し分析するものとして数学が意味を持つとすれば、多くのパラメータが複雑な構造で絡まり合っている「現実」の属性や指標をどう抽出し、組み合わせるか、そして、出てきた解が現実世界をよく記述するものであるかを分析すること、これらも数学的な活動ではないかと思えます。

そして、そのような活動を行える分野が「確率」や「データの分析」の単位ではないかと思うのです。

確率についていえば、現実世界をモデル化するために、まず前提を考える。つまり、標本空間をどうとるか、何が独立か、どれが同様に確からしいかなど。そして、その前提の下で得られた確率の値が、現実世界を適切に表しているかどうかを実験などによって分析し批判的に検証する。そんな活動を、確率の授業を通して行ってみる必要があるのではないかと思います。

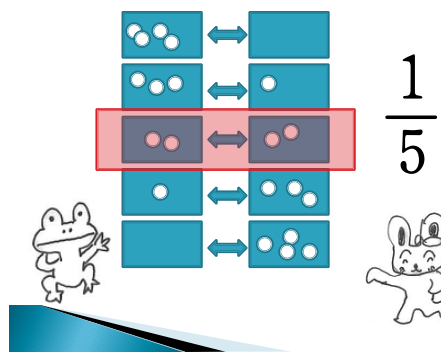
#### ② 問題として不備な確率の問題を考える

##### 【問題1】

2人で4個のビー玉を分けて持ってください。「1人が3個、もう一人が1個持つ」などですね。1人が全部持っても構いません。さて、このとき、2人が2個ずつ持っている確率はいくらと考えられるでしょうか。

##### (解1)

2人が分けて持つパターンは下の5通り(これが標本空間)。これらは同様に確からしいので、求める確率は  $\frac{1}{5}$  (図参照)



##### (解2)

一つ一つのビー玉をどちらが所有するかは同様に確からしいので、2個ずつ持つ確率は

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{8}$$

解1と解2ではどちらが正解でしょうか。正解は「問題として不備である」です。解1は、前提となる選択を一様分布に従うと見ているのに対し、後者は、二項分布に従うという前提から出発しています。私が力説したいのは、数学とは、単に与えられた条件から、公式や計算などにより演繹的に答えを導くことだけ

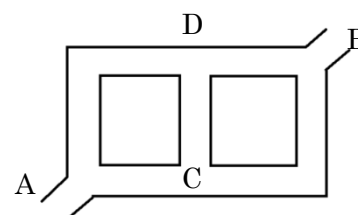
ではなく、問題の構造を俯瞰することや批判的に分析することが必要であるということです。

この問題は、人はどのような選択行動をとるかという、むしろ心理学に近い問題ともいえます。

尚、実際に参加者に実験してもらったところ(もちろん解を示す前に)解2に近い値となりました。

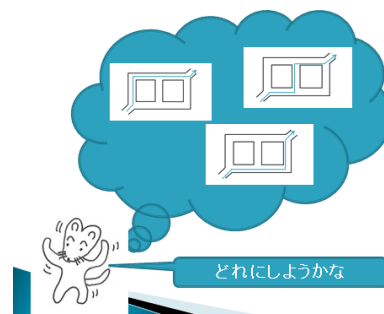
##### 【問題2】

次の図のような街路をAからBまで最短距離で歩きます。このとき、A→C→D→Bの道を歩く確率はいくらでしょう



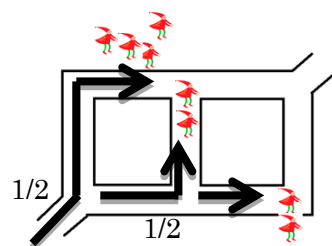
##### (解1)

道順は全部で3通り。それらのどれを選ぶかは同様に確からしいので、求める確率は  $\frac{1}{3}$  (図参照)



##### (解2)

各分岐点でどの道順を選ぶかが同様に確からしいと見ると、求める確率は  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  (図参照)



問題2も問題1と同様の構造的な不備がありますね。

##### 【問題3】

2枚の硬貨A, Bを同時に投げる。このとき、少なくとも1枚が表であるという条件の下で、Aの硬貨が表である確率を求めよ。

##### (解1)

「少なくとも1枚が表」は下図の網掛け部分。その条件の下で、Aが表の場合は2通りなので、求める確率は、 $\frac{2}{3}$

A	B
(表, 表)	
(表, 裏)	
(裏, 表)	
(裏, 裏)	

##### (解2)

「少なくとも1枚が表であるという条件の下」という状況を現実世界に照らしてみると、下図のように、1枚は表が見えていて、1枚は見えなくなっているような場合が想定される。表が見えている1枚がAである場合は、求める確率は1、表が見えている1枚がBの場合は、見えていないAが表である確率は  $\frac{1}{2}$  これらの起こりやすさはどちらも同じなので、求める確率は  $\frac{3}{4}$



次号も確率の問題の周辺の話について触れてみたいと思います。