

## 第5章 定水位操作

はじめに

定水位操作は「流入＝放流」によって水位を一定に保つ操作方法であり、ダム操作の中でも「最も単純な操作の一つである。」との一般的な認識がある。

しかしながら、一見、単純なこの操作方法も実務的には流入量の把握方法が難しく、現場においては、「最も難しい操作の一つである。」とされている。

「単純な操作である。」との一般的認識なるが故に、この課題は殆ど議論されないままに放置されてきた嫌いがあり、このことがダム操作の現地における難しさの一因ともなっている。

定水位操作は洪水調節ダムで洪水調節時以外のときに洪水期制限水位を維持する場合や取水堰、河口堰などで比較的流量の安定した時期に長時間継続される場合が多く、管理所要員の負担軽減のために自動化への要望は強い。また、流量の安定した状況で定水位制御による操作の最中に突然ゲートが不規則作動するといったケースも見受けられ、確実かつ安定的な定水位操作システムの確立が望まれているところである。

ここでは、これら現況定水位操作システムにかかる諸課題を工学的に分析して、その課題の背景を明らかにするとともに、具体的な対応策を提案するものである。

定水位操作に関しては、操作規則に「洪水期間における貯水池の最高水位（以下「制限水位」という。）は、○月○日から△月△日までの間においては、標高▲メートルとし、洪水期間においては、第□条の規定により洪水調節を行なう場合および第△条の規定により洪水に達しない洪水の調節を行なう場合を除き、水位をこれより上昇させてはならない。」と間接的な表現により規定されている。

従って、ダム管理者は、「流入＝放流」の操作を継続しながら水位の維持をはかることとなるが、実務的にさまざまな課題があり、必ずしも、上記の操作規則の条件を満足しているとは言い難い面がある。

### 5-1 現況定水位操作システムの解析的分析

いま、特定の条件下において実施されている定水位操作システムを数値シミュレーションにより試行してみる。

対象とする流入量はより自由度の高い現象を表現するとともに微分方程式の解析の簡便化なども考慮して、(5-1)式に示すような時間  $t$  の1次関数として取り扱う。

$$Q_i = a t + b \dots \dots \dots (5-1)$$

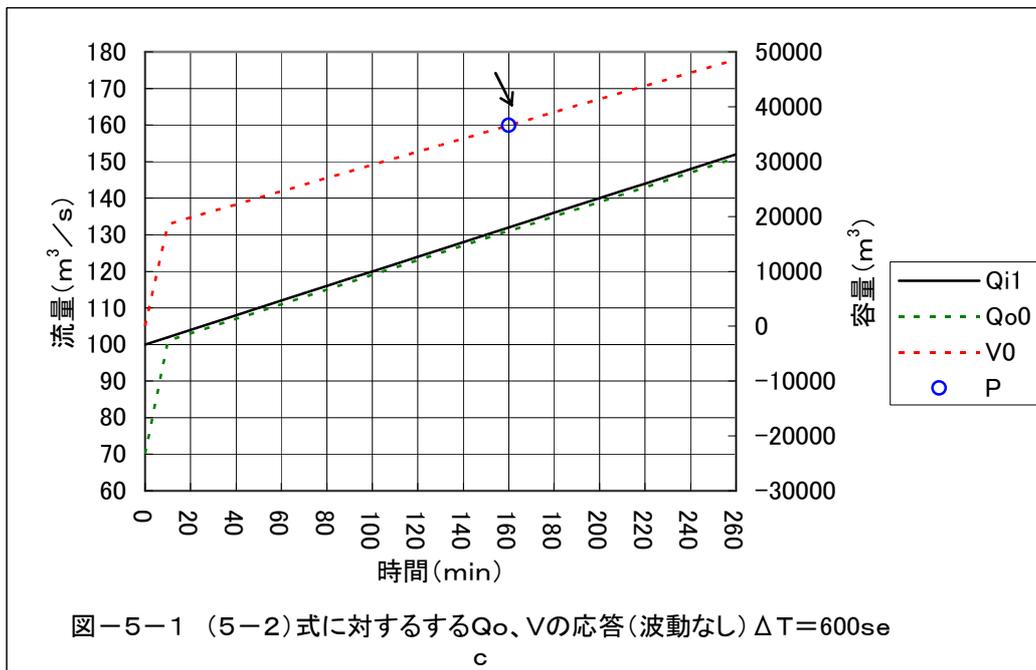
ここで、 $a$  = 時間あたり流量の変化量  $b$  = 定数 とする。

放流は流入量に等しい量を放流するという実務的観点から (5-2) 式に基づいて実施する。

$$Q_{o,n} = Q_{o,n-1} + \frac{V_n - V_{n-1}}{\Delta T} \dots \dots (5-2)$$

ここで、 $Q_{o,n}$  = 放流量、 $Q_{o,n-1}$  = 1ステップ前の放流量、 $V_n$  = 貯水量、 $V_{n-1}$  = 1ステップ前の貯水量、 $\Delta T$  = 計算時間間隔 (ここでは  $10 \text{ min} = 600 \text{ sec}$  とする。)

右辺が実務的な流入量の計算式であることは周知の通りである。



ここで、(5-1)式において  $a = 2 / 600 \text{ m}^3 / \text{sec}^2$ 、 $b = 100 \text{ m}^3 / \text{sec}$  として、流入量を特定し、これに対して、初期条件を  $t = 0$  で  $Q_o = 70 \text{ m}^3 / \text{sec}$ 、 $V = 0 \text{ m}^3$  として、(5-2)式に基づく放流量と貯水量の計

算結果を横軸を時間軸としてその時間変化を示すと、図—5—1の $Q_0$ 、 $V_0$ の通りとなる。

図—5—1によれば、本来(5—2)式は定水位操作を行なっているという認識であるにもかかわらず、時間経過とともに貯水量 $V_0$ は変化しており、実態は定水位操作になっていないことが判る。また、放流量も流入量とは完全には一致していない。

この点について、(5—2)式を放流関数とした場合の放流量と貯水量の時間変化を解析的に分析してみることにする。

(5—2)式において $\Delta T$ は一定値(600sec)であるから、(5—3)式のように示すことが出来る。

$$dQ_0 = \frac{1}{\Delta T} dV = c dV \dots\dots\dots (5-3)$$

(5—3)式の両辺を積分すると(5—4)式が得られる。

$$Q_0 = cV + d \dots\dots\dots (5-4)$$

ただし、 $c = \frac{1}{\Delta T}$ 、 $d = \text{積分定数}$

これまで我々は「(5—2)式に基づいて流入量を計算し、それに等しい量を放流することにより、定水位操作を実行する。」との認識にあったが、(5—4)式によれば、この方法は「 $c (= 1 / \Delta T)$ を定数とする貯水量 $V$ の1次関数により放流量を決定する。」ということになる。つまり、放流量を増減させるためには、貯水位(貯水容量)が上昇又は下降しなければならないことになる。

これらの放流関数をもとにさらに解析を展開する。

流入量を(5—1)式、放流量を(5—4)式のように $V$ の1次関数として決定した場合の放流量のハイドログラフは(5—1)式と(5—4)式と(5—5)式の連続式を連立させて解くことによって求めることが出来る。

$$\frac{dV}{dt} = Q_i - Q_0 \dots\dots\dots (5-5)$$

(5—4)式の両辺を $t$ で微分し、(5—5)式並びに(5—1)式を代入すると(5—6)式から(5—7)式が得られる。

$$\frac{d Q_o}{d t} = c \frac{d V}{d t} = c(Q_i - Q_o). \dots \dots \dots (5-6)$$

$$\frac{d Q_o}{d t} + c Q_o = c(a t + b). \dots \dots \dots (5-7)$$

(5-7) 式の、一般解は (5-8) 式のとおりである。

$$Q_o = A e^{\alpha t} + a t + b + B. \dots \dots \dots (5-8)$$

(5-8) 式を (5-7) 式に代入して、未定係数法を適用すると次の関係が得られる。

$$\alpha = -c \quad B = -\frac{a}{c}$$

さらに、(5-8) 式における境界条件を  $t = 0$  で  $Q_o = q_0$  とすると、(5-9) 式が得られる。

$$Q_o = \left\{ q_0 - \left( b - \frac{a}{c} \right) \right\} e^{-c t} + a t + b - \frac{a}{c}. \dots \dots \dots (5-9)$$

(5-9) 式は時間方向に直線的に変化する流入量に平行な値 ( $a t + b - a/c$ ) に漸近する関数であることを示している。

ここで、流入量 ((5-1) 式) と漸近していく関数 ((5-9) 式) との関係は図-5-2に示すように流量にして ( $a/c$ ) の差がある。

これを時間軸の偏差に直すと  $TL = (a/c) / a = 1/c$  となり、時間軸方向の偏差は時間  $t$  や流入量の時間変化  $a$  に関係なく、一定値  $1/c (= \Delta T)$  となる。

この式から明らかに (5-4) 式のような  $V$  の 1 次関として放流量を決定する場合、時間  $t$  や流入量の時間変化  $a$  に関係なく、放流量は流入量に対して  $1/c (= \Delta T)$  という一定の時間遅れの線に漸近する関数であることを示している。

見方を変えれば (5-4) 式の放流関数において  $c$  の値を適切にコントロールすれば、流入量を計算することなく、貯水位 (貯水容量) 情報のみによって時間遅れ  $1/c (= \Delta T)$  の遅らせ操作が実行可能であることを示している。即ち、河川法で言う一類の利水ダムで義務づけられている 30 min の遅らせ操作も (5-4) 式において  $c = 1/1800$  とすれば、流入量を計算す

ることなく、水位（容量）のみによって遅らせ操作を実行することができる。

{注：(5-4)式～(5-9)式の間での展開と考察は、(3-7)式～(3-13)式の間での展開と考察と重複しているが、本章における考察の継続性を考慮して、敢えて、重複掲載している。}

次に、(5-4)式と(5-9)式からVを計算する。

初期値を  $t = 0$  で  $V = 0$  とすると  $d = q_0$  となるから、Vの値は次の通りである。

$$V = \frac{1}{c} \left\{ q_0 - \left( b - \frac{a}{c} \right) \right\} e^{-c t} + \frac{1}{c} \left( a t + b - \frac{a}{c} - q_0 \right) \dots \dots \dots (5-10)$$

(5-10)式において、 $c = 1 / 600$ 、 $q_0 = 70 \text{ m}^3 / \text{sec}$  とすると、 $t = 160 \times 60 \text{ sec}$  におけるVの値は  $36000 \text{ m}^3$  と無視できない値となる。(図-5-1のP点を参照)

(5-10)式より、次のようなことが言える。

初期条件は  $t = 0$  において  $V = 0$  であるが、Vは時間経過と共に、増減することを示している。即ち、(5-2)式によって放流量を決定すれば定水位操作をしているとの認識にあるにもかかわらず、放流量も貯水位も一定の法則に基づいて意図した定水位操作からはずれた操作になっていることが判る。

ここで、現況定水位操作システムで完全なる定水位操作を追求しようとするれば、図-5-2および(5-4)式から明らかなようにcを限りなく大きくする( $\Delta T$ を限りなく小さくする。)こととなるが、(5-4)式から判断して数学的には特異な値とならざるを得ない。

以下、cの値と放流量決定の際の安定性の関係について考察してみる。

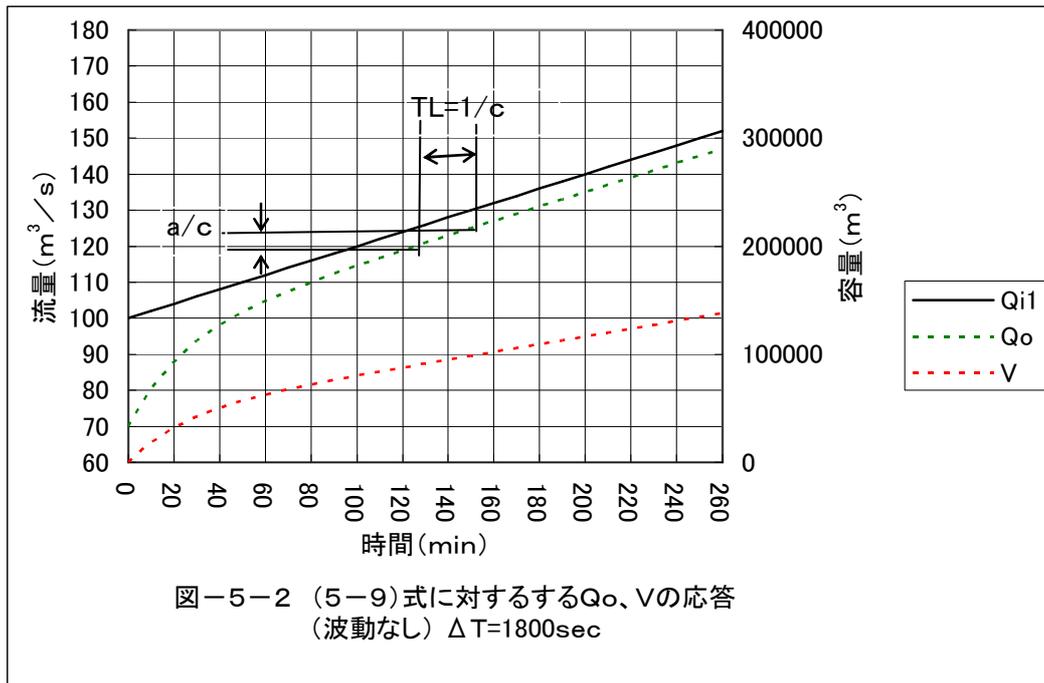
(5-4)式をHで微分すると(5-11)式が得られる。

$$\frac{d Q_o}{d H} = c \frac{d V}{d H} = c A(H) \dots \dots \dots (5-11)$$

ただし、A(H)は、水位がHの時の貯水池面積

いま、水位観測誤差を  $\delta H$  とすると、このときの放流量決定誤差  $\delta Q_o$  は次式で示される。

$$\delta Q_o = \frac{d Q_o}{d H} \times \delta H = c A(H) \delta H \dots \dots \dots (5-12)$$



すなわち、(5-12)式において $c$ を限りなく大きくする( $\Delta T$ を限りなく小さくする。)ことは、水位の変動に対する放流量の変化率も大きくなることを示している。このようなシステムを採用した場合、操作量決定の基本情報である貯水池水位が風などにより攪乱され正確な貯水位が求められない場合、放流量の決定の際に及ぼす誤差が大きくなり、操作の安定上好ましくないことを示している。

### 5-2 ゲートの操作間隔と放流量決定の際の安定性の関係

一定の時間間隔 $\Delta T$ で(5-1)式に基づき流入量を把握して、それに等しい量を放流して行くとき、別の角度から放流量決定の際の安定性を検討する。

(5-1)式は(5-4)式と同じであることから、(5-4)式を基本にして、放流量を決定する場合における操作の安定性について考察する。

(5-4)式の両辺を差分化すると

$$\Delta Q_o = c \Delta V \dots \dots \dots (5-13)$$

計算時間間隔を $\Delta T$ として、さらに、現状における放流量を $Q$ 。流入量を $Q_i$ とすると、 $\Delta T$ 間に生じる貯水量の差 $\Delta V$ は次の通りとなる。

$$\Delta V = \Delta T \times (Q_i - Q_o) \dots \dots \dots (5-14)$$

(5-13) 式と (5-14) 式から  $\Delta V$  を消去する。

$$\Delta Q_o = c \times \Delta T \times (Q_i - Q_o) \dots \dots \dots (5-15)$$

時間  $\Delta T$  毎に計算される放流量の収束条件は次の式による。

$$\Delta Q_o \leq 2 \times (Q_i - Q_o) \dots \dots \dots (5-16)$$

(5-15)、(5-16) 式から  $(Q_i - Q_o)$  を消去すると (5-17) 式が得られる。

$$c \Delta T < 2 \dots \dots \dots (5-17)$$

(5-17) 式が (5-4) 式による放流量計算における放流量  $Q_o$  の収束条件である。

いま、計算時間間隔  $\Delta T = 600 \text{ sec}$  として、それぞれ  $c = 1/1200$ 、 $c = 1/600$ 、 $1/300$ 、 $1/250$  とした場合の (5-4) 式に基づく放流量の数値計算結果は、図-5-3-(1)～図-5-3-(2) に示す通りである。 $c = 1/300$  ( $c \Delta T = 2$ ) を境に決定放流量の収束と発散の状況が明確に示されている。(5-17) 式は (5-4) 式に基づいて放流量を決定する場合、放流量が時間経過と共に発散するか否かの判定指標とすることが出来る。

このことは、出来るだけ遅らせ時間を短くして、(5-2) 式又は (5-4) 式による放流を定水位制御に近づけようとしても、計算時間間隔 (ゲート操作間隔に同じ、以下も同様)  $\Delta T$  が  $600 \text{ sec}$  のとき、遅れ時間を  $300 \text{ sec}$  以下に短縮しようとするればゲートの不安定作動につながる可能性があることを示している。

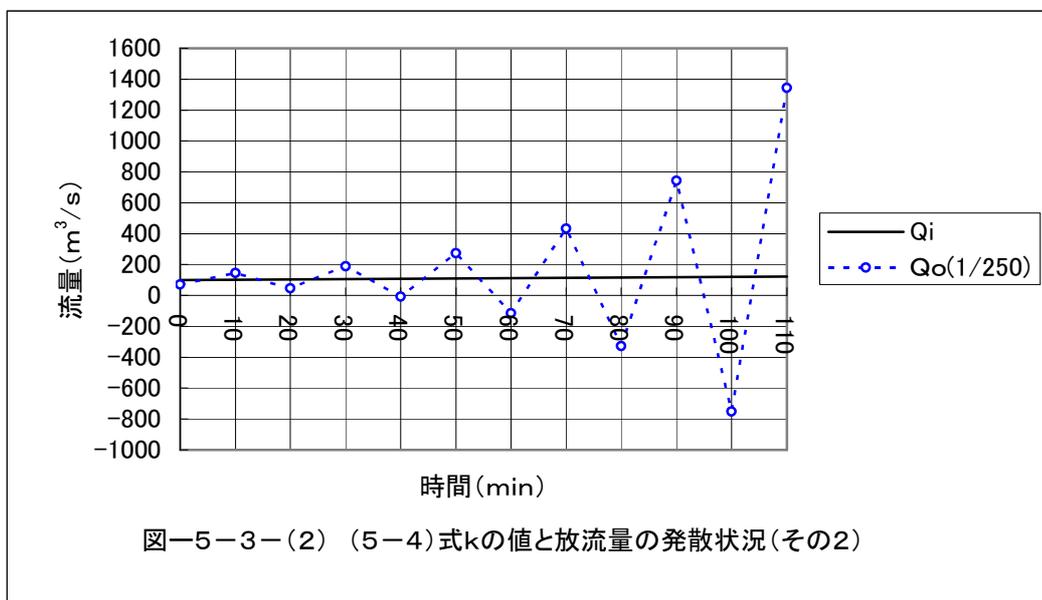
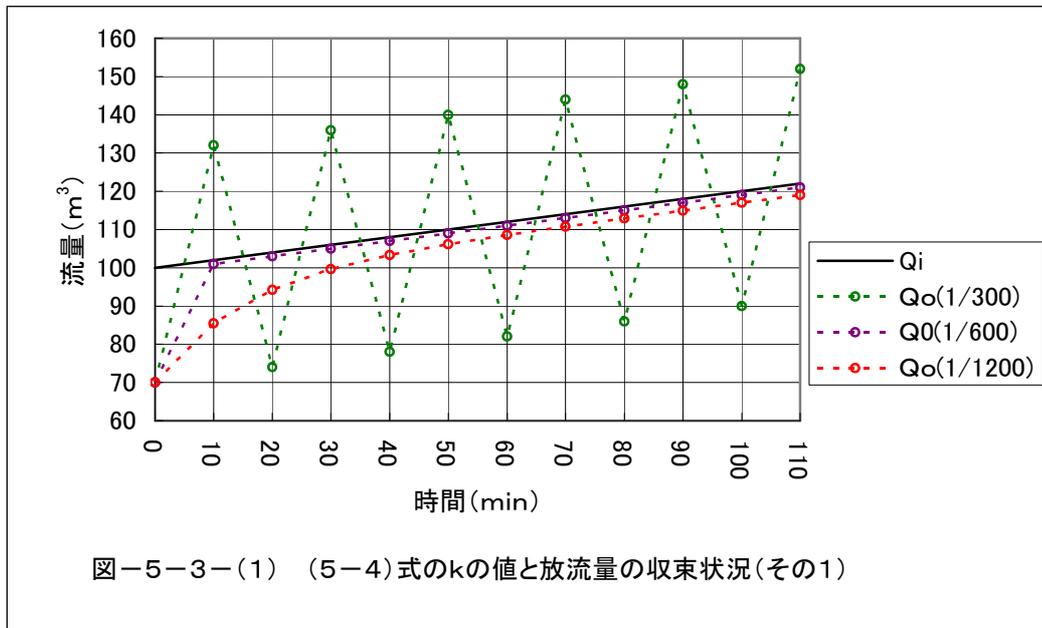
また、 $c = 1/600$  として、計算時間間隔  $\Delta T = 600 \text{ sec}$  で放流を続けてきたと仮定する。そこで、仮に流入量が安定したことを理由に、放流関数の係数  $c$  の値を変えないまま計算時間間隔 (ゲート操作間隔)  $\Delta T$  を  $1800 \text{ sec}$  に変更したとすると、 $c \Delta T = 3$  となり、これは安定領域を超えて発散領域になるから、ゲートの不安定作動の原因になる。従って、 $c \Delta T$  の値は余裕をもって設定しておく必要がある。

以上の解析結果をもとに現行定水位操作システムにおける課題を整理してみると次のようなことが言える。

- ① ある時間間隔で流入量を計算し、これと同じ量を放流する方法で定水位操

作を実行する場合、この方法は厳密な意味での定水位操作ではなく、解析的には計算時間間隔の  $1/2$  に等しい遅れ時間の操作をしていることになる。

また、このことはVの1次関数による水位放流方式であるとも言える。



② 従来の定水位操作方法は結果的に遅らせ操作をしている事から、放流量の遅れの分だけ貯水池水位が上昇または下降していることが解析の結果から明らかにされた。

- ③ 現況定水位操作システムで定水位操作に限りなく近づいた操作を実現しようとするれば、ゲートの不安定作動等の原因に繋がる可能性がある。

### 5-3 改良型定水位操作システム

以上、現況定水位制御システムでは完全なる定水位制御の実現に向けてはさまざまな解決すべき課題があるといえることができる。

ここでは、貯水池水位の目標水位との偏差に基づき放流量 $Q_0$ を修正していく次のような放流量の決定方法について検討してみる。

#### 5-3-1 水位補正型定水位操作システム

ここでは(5-2)式に対して、貯水位の偏差を補正する項を(右辺の第3項)付加した(5-18)式により考察を展開することとする。

この方法は一部の堰などで採用されており、ここでは水位補正型定水位操作システムと呼ぶことにする。

$$Q_{0,n} = Q_{0,n-1} + \frac{1}{\Delta T} \times (V_n - V_{n-1}) + K_1(V_n - v_0) \dots \dots \dots (5-18)$$

ここで、 $v_0$ は管理目標容量、 $K_1$ は定数である。

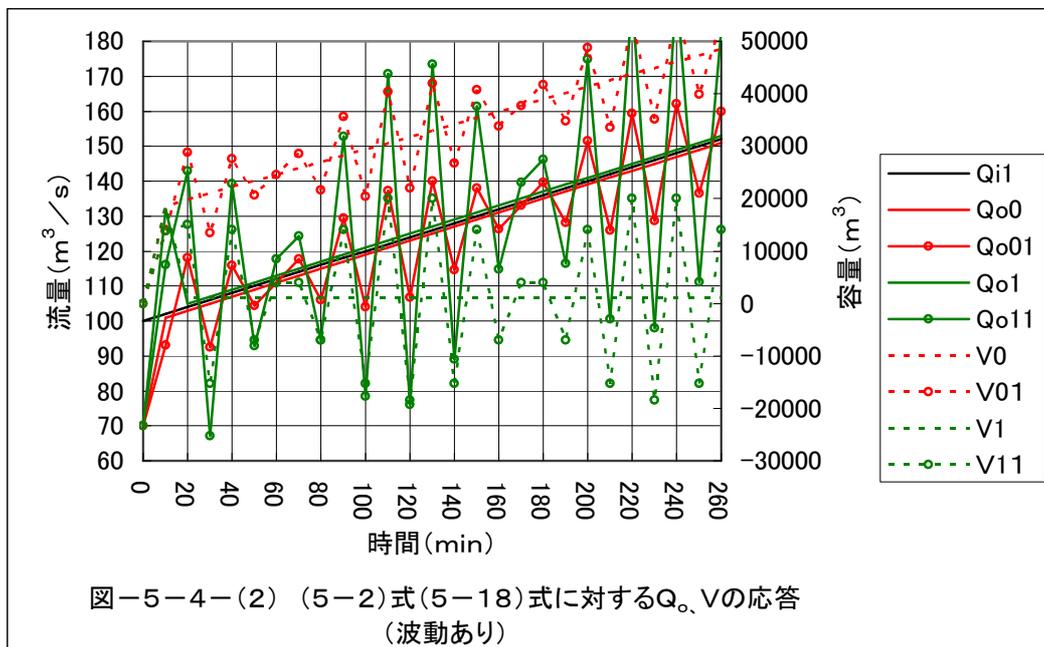
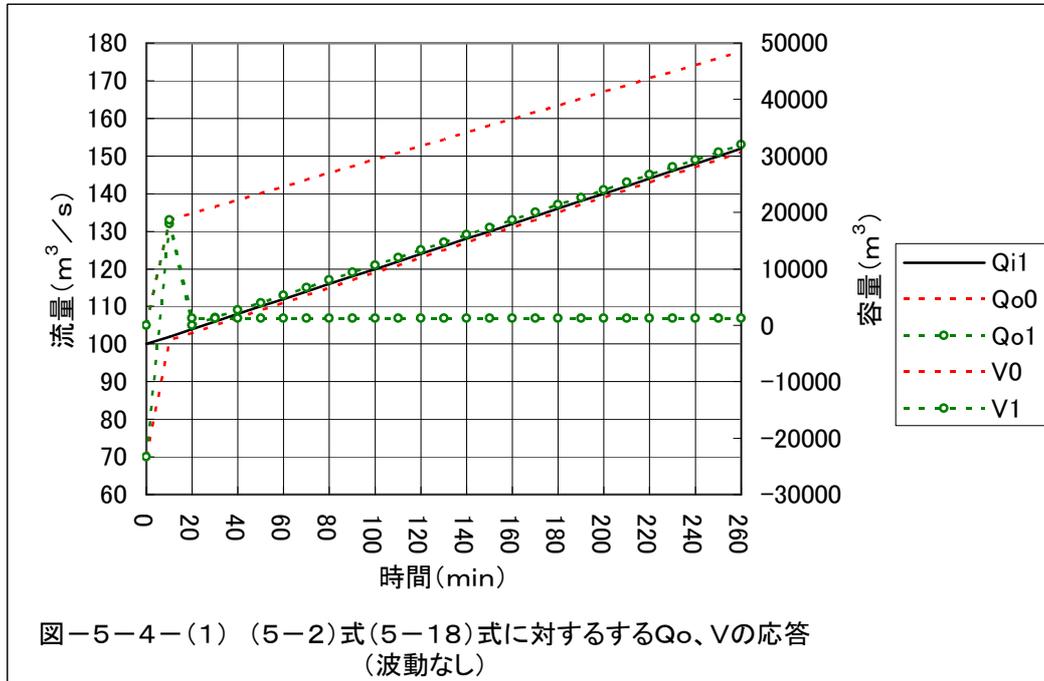
この式において、初期条件は図-5-1の場合と同じとして、 $t=0$ で $Q_0=70\text{ m}^3/\text{sec}$ 、 $V=0\text{ m}^3$ 、また、 $K_1=1/600$ 、 $\Delta T=600\text{ sec}$ 、 $v_0=0\text{ m}^3$ とする。その計算結果を図-5-4-(1)に図-5-1と重ね合わせたかたちで $Q_0,1$ 、 $V_1$ として示す。

(5-18)式による計算結果では計算の初期段階で多少のずれがあり、また、貯水量は完全に管理目標容量( $v_0$ )となっていないものの、殆ど定水位操作に近い操作を実現していることを示している。

さらに、管理目標容量 $0\text{ m}^3$ に対して、初期容量を $15000\text{ m}^3$ と仮定して、(5-18)式による定水位操作を実施した結果を、図-5-5の $Q_0,2$ 、 $V_2$ として示した。図-5-5では放流量をさらに上積みしながら貯水容量は目標とする容量に対して確実に収束していることが示されている。しかしながら、この場合も容量 $V_2$ は完全な0にはなっていない。

これらの貯水容量が完全に0とならない理由については、さらに解析的な考

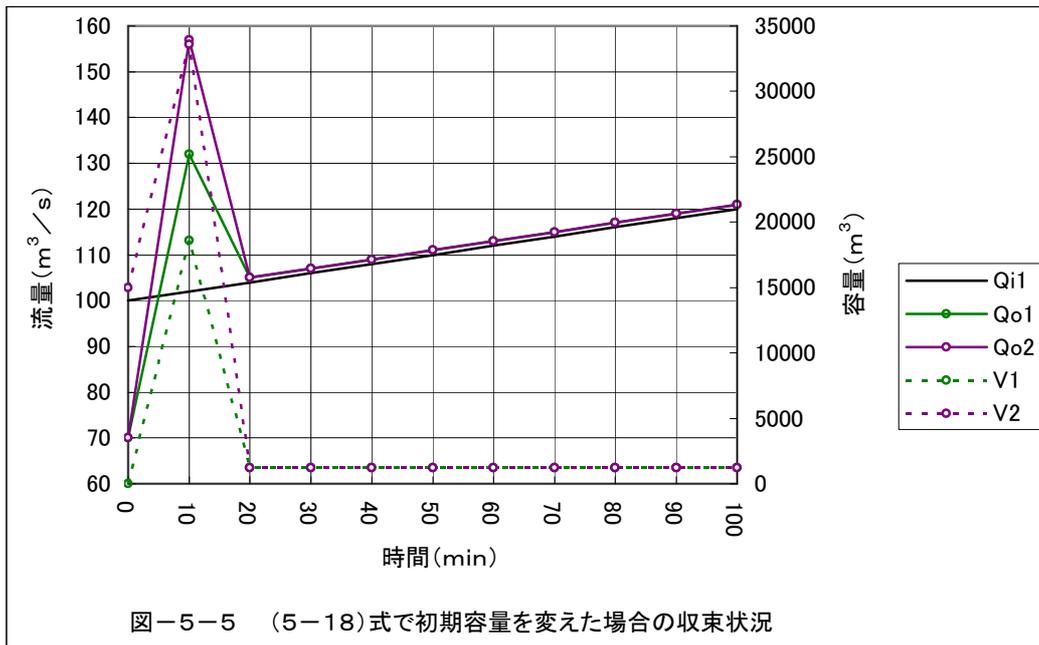
察を実施した後に明らかにしていくこととする。(5-4-2 折れ線形流入波形に対する応答特性について。(5-30)式)



以上より、(5-18)式は定水位操作の要件をほぼ満足しているように見える。ここで、貯水池水位に波動変動を加えて(5-2)式と(5-18)式のそれぞれのケースの波動変動に対する放流量と貯水量の応答状況を計算してみた。

加えた波動変動は、貯水池の面積を  $1 \text{ km}^2$  として、波動変動の偏差（振幅）を  $0.5 \text{ cm}$ 、周期を  $1100 \text{ sec}$  としている。

この結果を図-5-4-(2)に  $Q_{o1}$ 、 $V_{o1}$ 、 $Q_{o2}$ 、 $V_{o2}$  として示した。図-5-4-(2) によれば、(5-2) 式と比較して、(5-18) 式による場合、波動変動により決定される放流量が著しく不安定であることが確認された。このことが (5-18) 式による方法がこれまで実用化されていない要因の一つであるのではないかと想定される場所である。



### 5-3-2 改良型定水位操作システムの解析的考察

いま、(5-18) 式をさらに一般化する形で次のような定水位操作システムを定義する。

このシステムを改良型定水位操作システムと呼ぶ。

$$Q_{o,n} = Q_{o,n-1} + K_2(V_n - V_{n-1}) + K_1(V_n - v_0) \dots \dots \dots (5-19)$$

ここで  $K_1$ 、 $K_2$  は定数である。(5-18) 式は (5-19) 式において  $K_2 = 1 / \Delta T$  と言う限定された状況下にあるものと言うことが出来る。(5-19) 式は次のように書き換えられる。

$$\frac{Q_{o,n} - Q_{o,n-1}}{\Delta T} = K_2 \times \frac{V_n - V_{n-1}}{\Delta T} + \frac{K_1}{\Delta T} (V_n - v_0) \dots \dots \dots (5-20)$$

さらに、 $K_2 = k_2$ 、 $\frac{K_1}{\Delta T} = k_1$  として、これらの差分式を微分方程式の形で示

すと (5-20) 式は次のように書き換えることが出来る。

$$\frac{d Q_o}{d t} = k_1(V - v_0) + k_2 \frac{d V}{d t} \dots \dots \dots (5-21)$$

(5-21) 式の両辺を  $t$  で微分し、(5-1) 式と (5-5) 式とを連立させ  $V$  を消去すると次のように示すことができる。

$$\frac{d^2 Q_o}{d t^2} = k_1 \frac{d V}{d t} + k_2 \frac{d^2 V}{d t^2} = k_1(a t + b - Q_o) + k_2 \left( a - \frac{d Q_o}{d t} \right) \dots (5-22)$$

これを整理すると (5-23) 式の通りとなる。

$$\frac{d^2 Q_o}{d t^2} + k_2 \frac{d Q_o}{d t} + k_1 Q_o = k_1(a t + b) + k_2 a \dots \dots \dots (5-23)$$

これは、減衰振動の方程式と同じ形態である 2 階の常微分方程式であり、解析可能である。ここで、一般解は次の通りとなる。

$$Q_o = e^{\alpha t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) + a t + b \dots \dots \dots (5-24)$$

(5-23) 式に (5-24) 式を代入して、未定係数法を適用する。

$$2\alpha + k_2 = 0 \quad \text{より} \quad \alpha = -\frac{k_2}{2} \dots \dots \dots (5-25)$$

$$\alpha^2 - \omega^2 + k_2 \alpha + k_1 = 0 \quad \text{より} \quad \omega = \sqrt{\frac{4k_1 - k_2^2}{4}} \dots \dots (5-26)$$

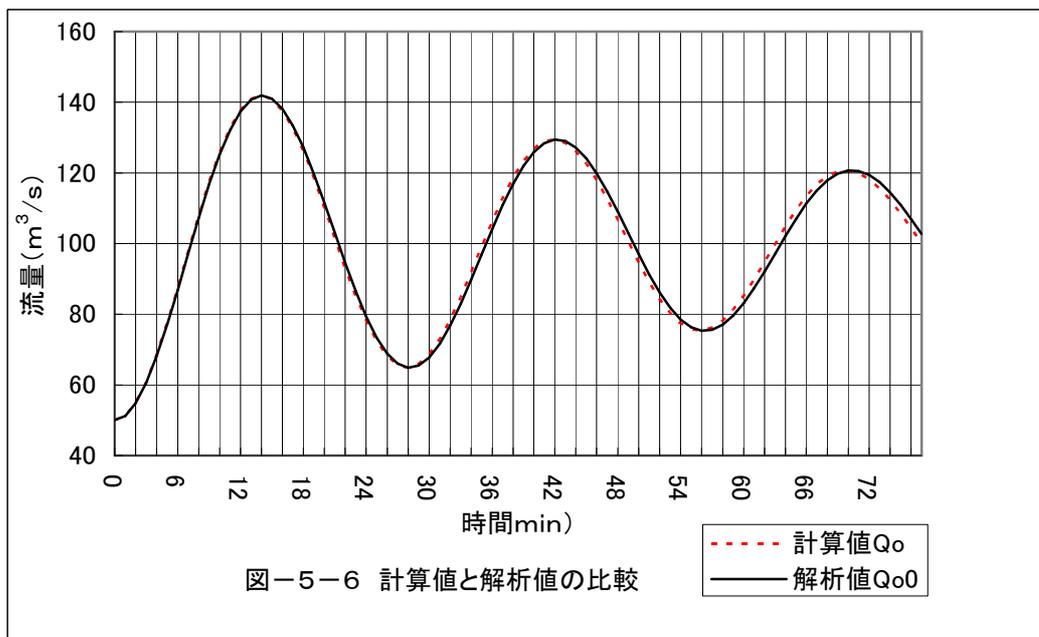
(5-25)、(5-26) 式より  $K_2$  ( $k_2$ ) は放流量  $Q_o$  の収束状況を支配し、 $K_1$  ( $k_1$ ) は放流量  $Q_o$  の収束過程の周期を支配していることが判る。

次に、境界条件を  $t = 0$  で  $Q_o = q_0$ 、 $\frac{d Q_o}{d t} = 0$  として、 $A$ 、 $B$  を決定すると (5-27) が得られる。

$$Q_o = e^{-\frac{k_2}{2}t} \left[ \sqrt{\frac{4}{4k_1 - k_2^2}} \left\{ \frac{k_2}{2}(q_0 - b) - a \right\} \sin \sqrt{\frac{4k_1 - k_2^2}{4}}t + (q_0 - b) \cos \sqrt{\frac{4k_1 - k_2^2}{4}}t \right] + a t + b \dots \dots (5-27)$$

いま、 $K_1 = 1/1200$ 、 $K_2 = 1/2400$ 、 $\Delta T = 60 \text{ sec}$  として (5

— 19) 式による数値計算結果と、 $k_1 = 1/1200/60$ 、 $k_2 = 1/2400$  として (5-27) 式による解析計算結果を図-5-6 に示した。両者による計算結果、 $Q_0$ 、 $Q_{00}$  の時間変化はよく一致しており、この解析が正しいことを示している。



繰り返しになるが、われわれがこれまで実施してきた (5-18) 式による水位補正型定水位操作は流入量または目標容量 (水位)  $v_0$  に放流量や貯水量が収束していく減衰運動として説明することが出来る。さらに、これらは (5-19) 式の改良型定水位操作システムにおいて  $K_2$  を  $1/600$  とする限定された状態と同じ現象を示していると言えることが出来る。

このことは、逆に言うと貯水池水位の収束状況を減衰振動理論に基づいて、 $k_1$ 、 $k_2$  (または、 $K_1$ 、 $K_2$ ) の値を適切に選べば、我々の要求する安定した定水位操作システムが実現できる可能性を示している。

### 5-3-3 改良型定水位操作システムの特性分析

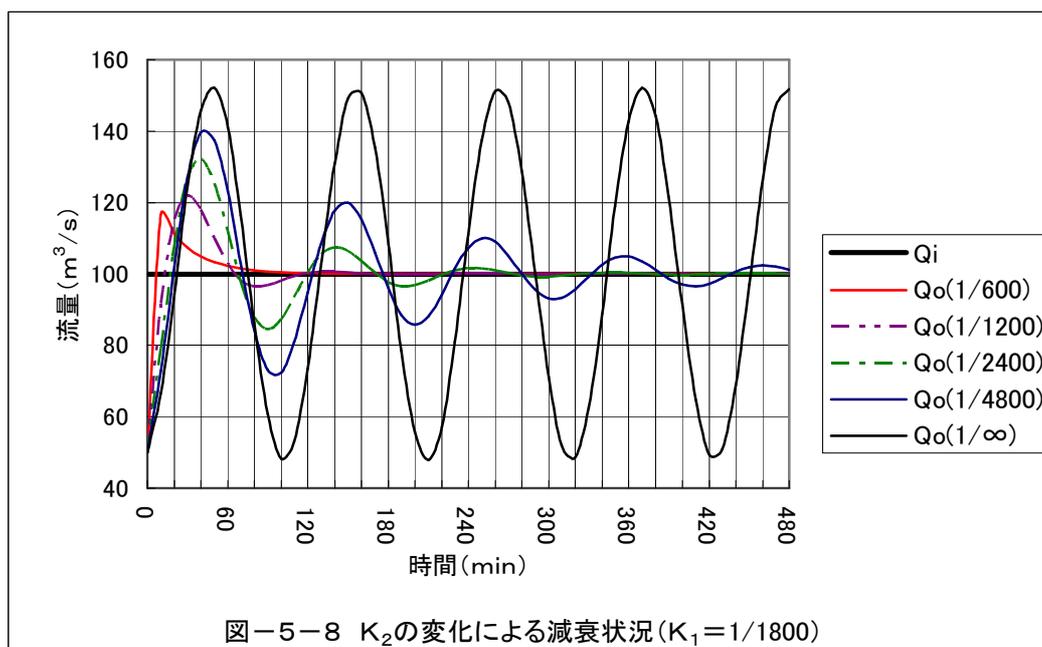
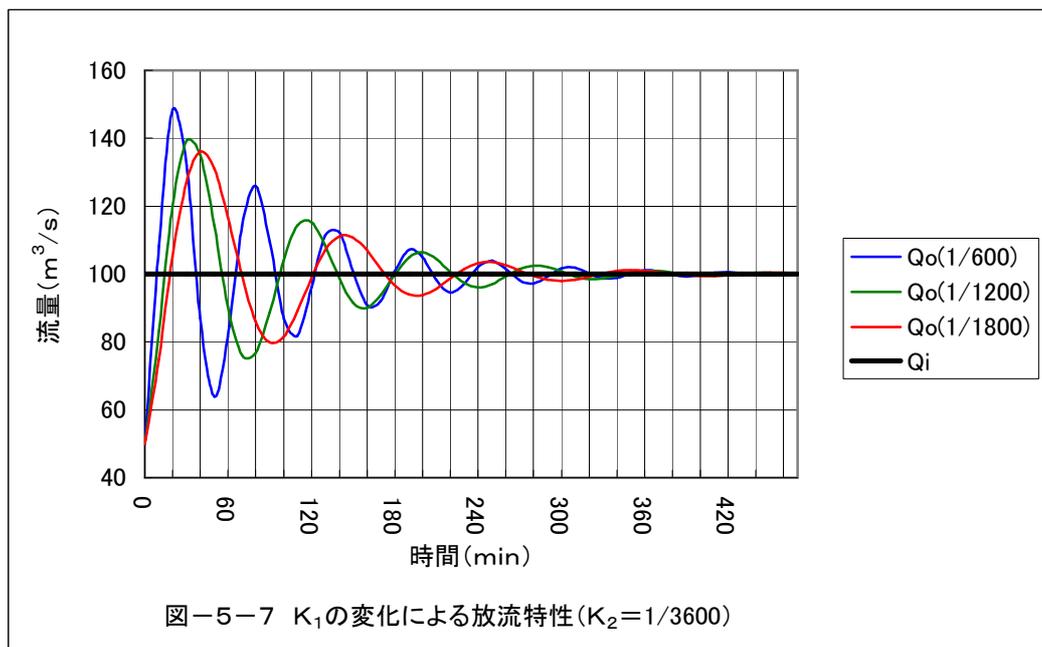
(5-19) 式に基づいて、 $K_1$ 、 $K_2$  の変化に応じて放流量の時間変化を検証してみる。

計算条件は、まず、 $K_2$  を  $1/3600$  に固定して  $K_1$  を変化させ、 $K_1$  の特性を考察する。次に、 $K_1$  を  $1/1800$  に固定して  $K_2$  を変化させ、 $K_2$  の特性を

考察する。

この時の流入量は一定量  $100 \text{ m}^3/\text{s}$  を想定し、計算時間間隔  $\Delta T$  は  $600 \text{ sec}$  とする。 $Q_0$  の初期条件はいずれも  $50 \text{ m}^3/\text{sec}$  としている。

$K_1$  の変化に対する放流特性の変化は図-5-7の通りである。(5-26)式からも明らかであるが、この図からも  $K_1$  は放流量変化の周期を支配していることを示している。



$K_1$ の値を大きく取れば、変化の周期が小さくなり、小さく取れば周期は大きくなる。

$K_2$ の変化に対する放流特性の変化は図-5-8の通りである。

(5-25)式からも明らかであるが、この図からも、 $K_2$ は放流量の流入量に対する収束の度合いを支配していることを示している。 $K_2$ の値を大きく取れば早く放流量が流入量に収束するが、(5-11)式に基づく誤差が大きくなる。また、小さく取れば、流入量に対する放流量の収束は遅くなる、限りなく0に近づけば放流量は単振動を繰り返すが、(5-11)式に基づく誤差は小さくなる。

また、より高い感度を目指して $K_2$ の値を大きくしていくと、ある限界を超えると、基本的には図-5-3-(2)に示す状況と同様に、決定される放流量は時間経過とともに発散していくこととなる。

#### 5-3-4 改良型定水位操作システムの安定性

いま、(5-19)をもとにした(5-21)式に基づいて $Q_o$ を決定する際の水位観測誤差に基づく $Q_o$ の決定誤差との関係は以下のように示すことが出来る。

$$\frac{d Q_{o,n}}{d t} \times \frac{d t}{d H} = \frac{d Q_{o,n}}{d H} = k_1(V - v_0) \times \frac{d t}{d H} + k_2 \frac{d V}{d t} \times \frac{d t}{d H} \quad \text{より次式が得られる。}$$

$$\frac{d Q_{o,n}}{d H} = k_1(V - v_0) \times \frac{d V}{d H} \times \frac{d t}{d V} + k_2 \frac{d V}{d H} = A(H) \left\{ k_1 \frac{(V - v_0)}{(Q_i - Q_o)} + k_2 \right\}$$

$$\dots \dots \dots (5-28)$$

(5-28)式から判るように貯水位変動に対する放流量の変化率は $K_1$ 、 $K_2$ にだけ着目すればそれぞれ1次的な関係にあることが判る。図-5-4-(2)に示す水位補正型定水位操作システムによる放流量のシミュレーションは $K_1 = 1/600$ 、 $K_2 = 1/600$ としているから、より安定したシステムを指向する場合には  $K_1$ 、 $K_2 < 1/600$ となるような値を設定する必要がある。

#### 5-4 改良型定水位操作システムの応答特性

以上のような改良型定水位操作システムの特性を踏まえて（5-19）式に基づく定水位操作をいくつかの流入波形のタイプを仮定して試行し、その応答特性を評価してみることにする。

#### 5-4-1 直線形流入波形に対する応答特性

（5-19）式において、当初、 $K_1=K_2=1/600$ とした場合の放流量と水位の応答結果は図-5-4-（1）、図-5-4-（2）に示したとおり、貯水位そのものはほぼ一定値に維持できるものの、貯水池水位の波動変動に対しては著しく安定度が損なわれることが判った。そこで、 $K_1$ 、 $K_2$ を変化させて応答結果を評価してみることにする。ここでは、係数 $K_1=1/2000$ 、 $K_2=1/2000$ とした場合について収束状況を評価してみる。

その結果を図-5-9-（1）に $Q_3$ 、 $V3$ として、現況システムによる結果 $Q_0$ 、 $V0$ との比較において示している。

次に、波動変動を加えてそれぞれのケースの波動変動に対する放流量の安定性を比較してみた。

加えた波動変動は、5-3-1で適用したものと同一波動の関数を用いた。

その結果を図-5-9-（2）に $Q_{31}$ 、 $V31$ として、現況システムによる結果 $Q_{01}$ 、 $V01$ と比較しながら示している。

なお、この場合の初期条件はいずれも $V=0$ 、 $Q=70\text{ m}^3/\text{sec}$ としている。

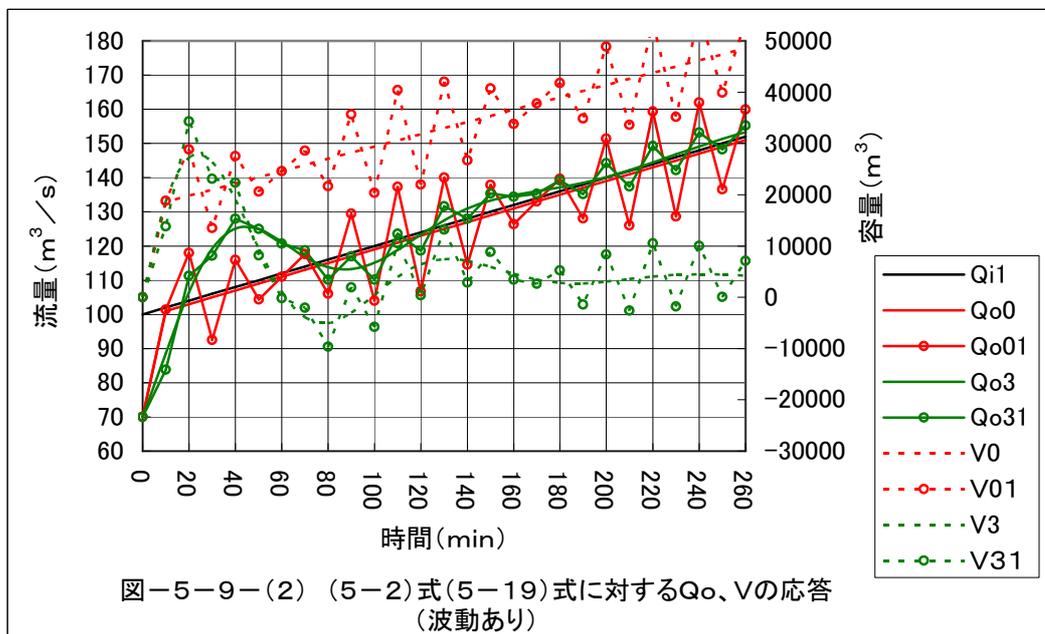
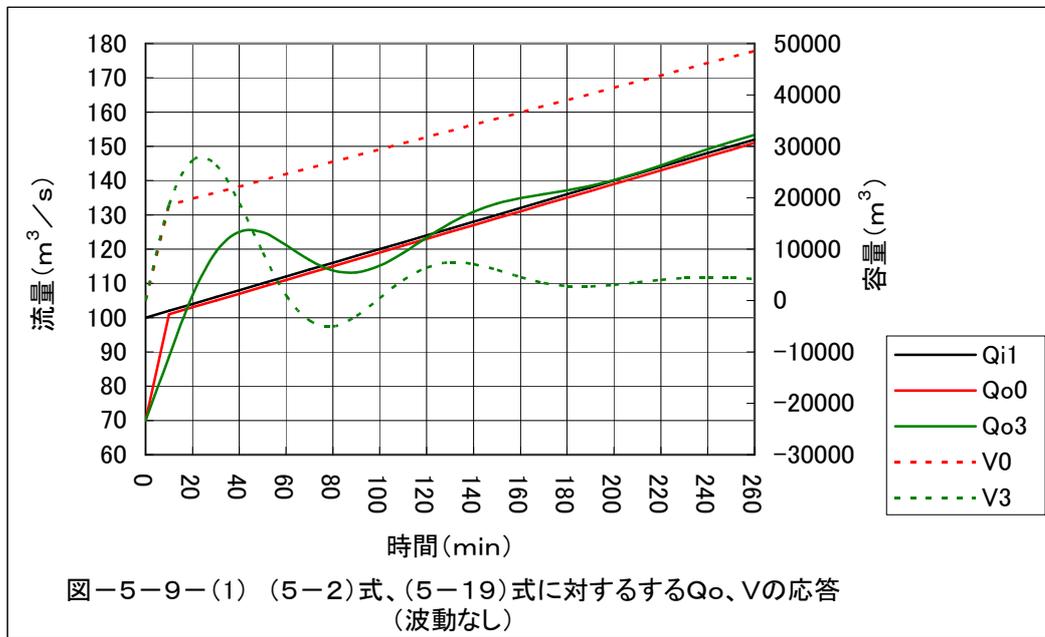
図-5-9-（1）から次のようなことが言える。現況システムによる $Q_{01}$ は速やかに流入量に収束しているが、改良型システムによる $Q_3$ は目標値に対して時間をかけながら減衰振動により収束している。この結果は明らかにケース1の方が収束状況は早く、優れているように見える。

しかしながら、図-5-9-（2）を見ると次のようなことがいえる。

現況システムによる $Q_{01}$ は波動変動に対して敏感に反応しているが、改良型システムによる $Q_{31}$ は相対的に安定している。また、貯水量のコントロール状況は $V01$ に対して $V31$ の方が優れていることが判る。

つまり、収束性を追求すれば放流量は貯水池波動に対して不安定となり、放流量の安定性を追求すれば収束性を犠牲にしなければならないことを示してい

る。しかしながら、 $K_1$ 、 $K_2$ の値を適切に選べば現況システムより改良型システムの方が水位のコントロールと放流量の安定性の2つの面で優れた結果が得られることが明らかになった。



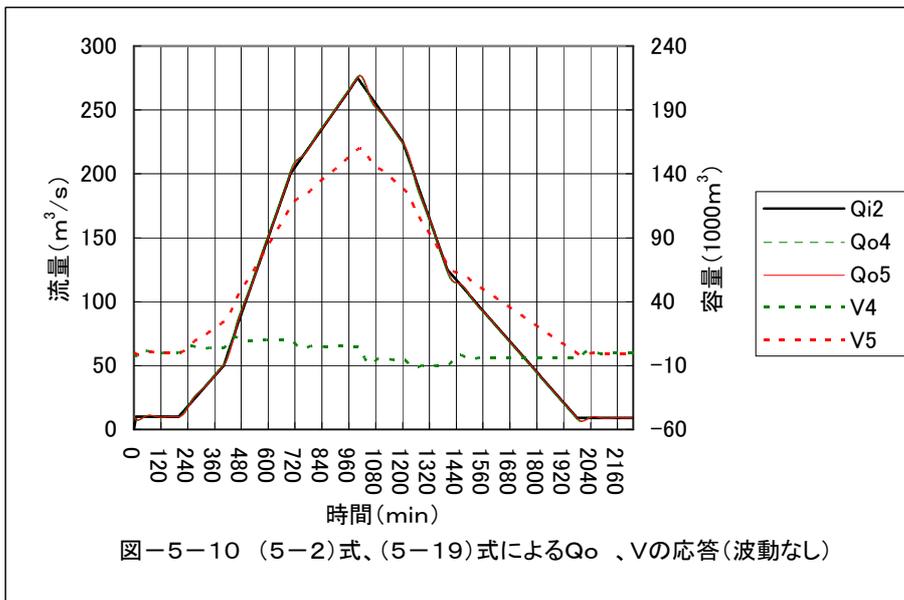
#### 5-4-2 折れ線形流入波形に対する応答特性

いま、図-5-10に示すような直線の組み合わせによる流入波形を想定す

る。この流入波形に対して(5-19)式を適用して定水位操作を試行してみる。

このときの係数は $K_1 = K_2 = 1 / 2000$ としている。この結果を $Q_4$ 、 $V_4$ として示している。

この結果、放流量 $Q_4$ は流入量の変化に対してよく追従していることを示している。また、貯水量 $V_4$ はある法則に従って特定の値に収束していることが想定される。



貯水量がどのような法則に基づいてどのような値に収束しているかを考察してみる。

改良型放流関数を微分方程式の形で示すと(5-21)式の通りである。

(5-21)式において $t \rightarrow \infty$ としたときには $\frac{dQ_o}{dt} \rightarrow a$ 、 $\frac{dV}{dt} \rightarrow 0$ となるから

(5-21)式は次のように書き換えられる。

$$a = k_1(V - v_0) \dots (5-29)$$

(5-29)式より $V$ を求めると次のとおりである。

$$V_{t \rightarrow \infty} = \frac{a}{k_1} + v_0 \dots (5-30)$$

つまり、(5-30)式によって得られる値が(5-19)式に基づいて定水位操作を実行していく上で必要とされる容量の偏差値の目安となるものであり、

それは流入量の時間あたり変化量  $a$  と  $k_1$  に支配されていることを示している。

若干遡るが、図-5-4-(1)における関連の諸係数は  $a = 2 / 600$ 、 $k_1 = 1 / 600 / 600$  であるから、 $V_1$  は  $2 / 600 \times 600 \times 600 = 1200 \text{ m}^3$  に収束していくことになる。

また、図-5-10においてもそれぞれの時間帯のなかで、 $t = 600 \text{ min}$  において  $a = 5 / 600$  と  $k_1 = 1 / 2000 / 600$  に支配されて容量  $V_{max} = \text{約} 10000 \text{ m}^3$  という偏差値が求められる。

また、図-5-10には、現況のシステムである(5-2)式( $k_1 = 1 / 600$ )によって同じ流入ハイドログラフを適用して放流量と容量の偏差値を求め、その結果を  $Q_{.5}$ 、 $V_5$  として示している。 $Q_{.5}$  は比較的によく流入量に追従しているように見えるが、容量  $V_4$  は目標容量からせいぜい約  $10000 \text{ m}^3$  の乖離であるが、容量  $V_5$  は最大で約  $160000 \text{ m}^3$  にも及んでいる。

### 5-4-3 観測流入波形に対する応答特性の検討

次に、観測流入量に対して、現況定水位操作システムと改良型定水位操作システムによる放流量の特性比較を行うこととする。

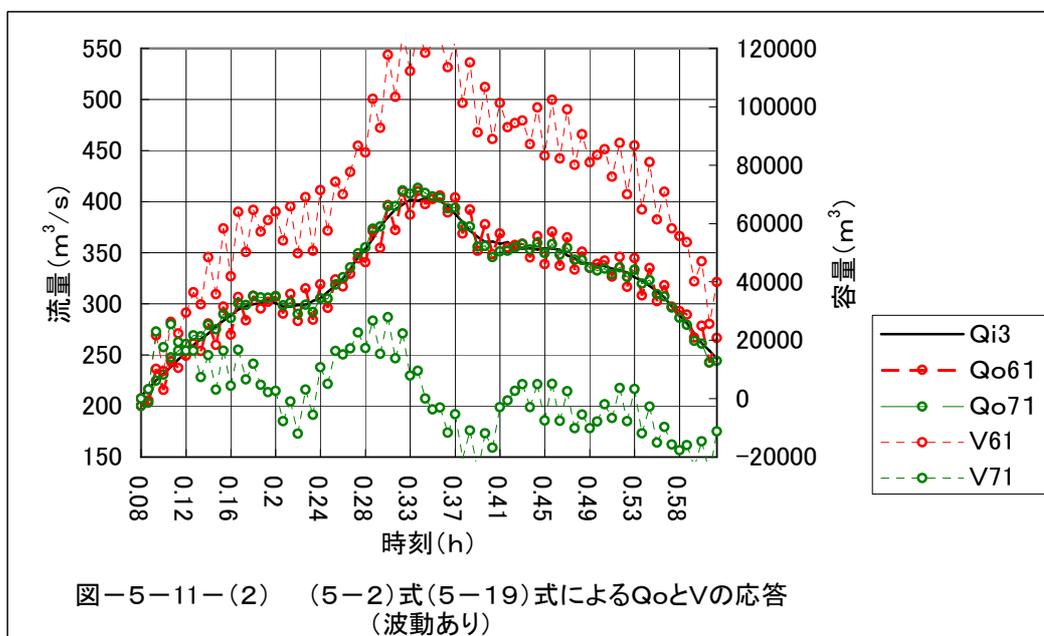
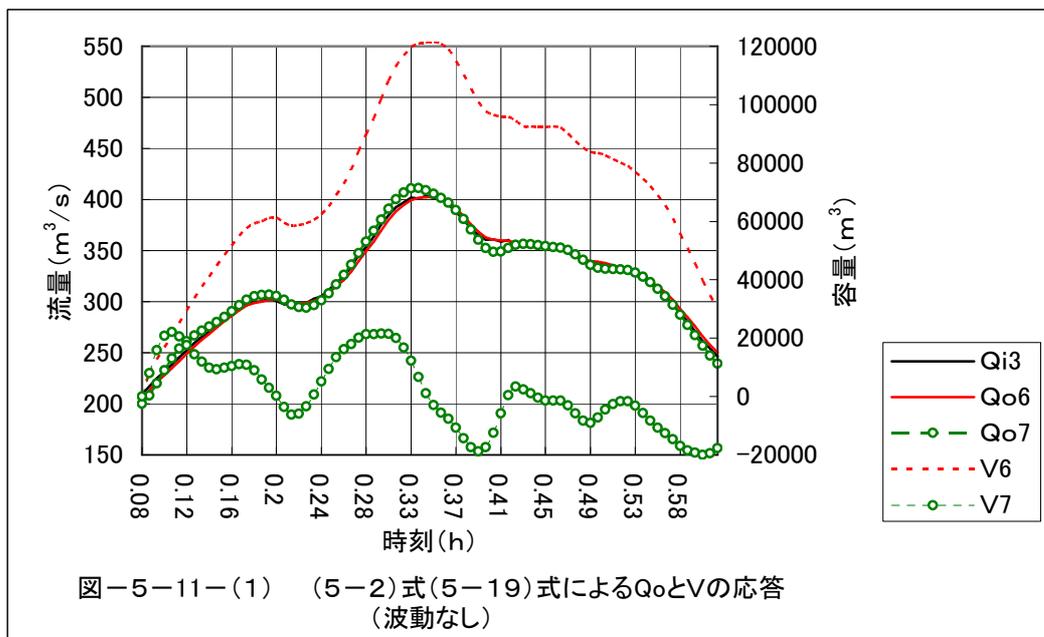
図-5-11-(1)には不規則に変化する観測値  $Q_{i3}$  を流入量とした場合の放流量と容量を  $Q_{.7}$ 、 $V_7$ 、として示している。現況システムと比較するために  $Q_{.6}$ 、 $V_6$  も併記している。

また、図-5-11-(2)には図-5-9-(2)と同じ波動を適用して  $Q_{.71}$ 、 $V_{71}$  として示している。この場合も現況システムと比較するために  $Q_{.61}$ 、 $V_{61}$  も併記している。

この結果、改良型システムは流量変化に対する追従が若干遅れ気味であるが、貯水量のコントロールと波動に対する放流量の安定性の面では優れていることがわかる。

以上、現況定水位操作システムと改良型定水位操作システムについて複数の角度から考察した。これまでの考察の結果、計算時間間隔を  $600 \text{ sec}$  とした場合、 $K_1 = K_2 = 1 / 2000$  程度が好ましいと考えられるが、これについては貯水池への流入量の変化、貯水池の波動特性、計算時間間隔など個々のダムの上の要素を総合的に勘案して適切な値を採用する必要がある。

定水位操作とはいえ、本システムは貯水池水位の微妙な変化をもとに放流量を決定していくこととなっているから、ある程度の水位の変化を許容しなければならない。どの程度の水位変化を許容するかについては(5-30)式から定まる値、貯水池面積、貯水池の波動変動などを勘案して設定する必要がある。



この場合は貯水量の変化によって示しているが、貯水池面積が  $1 \text{ km}^2$  であるとする、貯水池水位にして  $\pm 5 \text{ cm}$  程度の水位変化を許容する必要がある。

以上より次のようなことが言える。

- 1) システムの感度をよくして早く目的の放流量と貯水位に接近しようとするれば、システムの安定性を犠牲にせざるを得ない。システムの感度を過度に追求すると、ある領域に達すると放流量が発散してゲートの不安定作動の原因ともなりかねない。
- 2) システムの安定性を優先しようとするれば、システムの感度を犠牲にせざるを得ない。
- 3) これまで採用されてきた定水位操作システムはどちらかと言えば、1)に近い特性領域にあり、従って、より望ましい特性領域は $K_1$ 、 $K_2$ の値を現況システムより小さいものを採用して、2)の領域にシフトする必要がある。

#### 5-5 もう一つの定水位操作関数

これまで、(5-19)式に示したような2階常微分方程式となるような放流関数について、定水位操作関数としての特性を分析してきた。

しかしながら、定水位操作関数としてはもう一つの考え方がある。

いま、現状の移行点における放流量を $q_m$ 、貯水量を $v_m$ とする。この状態からたとえば目標とする貯水量を $v_u$ 、流入量を $Q_i$ とすると、以下の2つの式について考えてみる。

$$Q_o = q_m + (Q_i - q_m) \times \frac{(V - v_m)}{(v_u - v_m)} \dots (5-31)$$

$$Q_o = q_m + (Q_i - q_m) \times \frac{(V - v_m)^2}{(v_u - v_m)^2} \dots (5-32)$$

これら、(5-30)、(5-31)式いずれにおいても、 $V = v_m$ のときには $Q_o = q_m$ 、 $V = v_u$ のときには $Q_o = Q_i$ となる。

(注、(5-31)式は(3-25)式と、(5-32)式は(3-26)式と同じである。つまり、定水位操作関数であるとともに、流入量に漸近していくつなぎの関数でもある。)

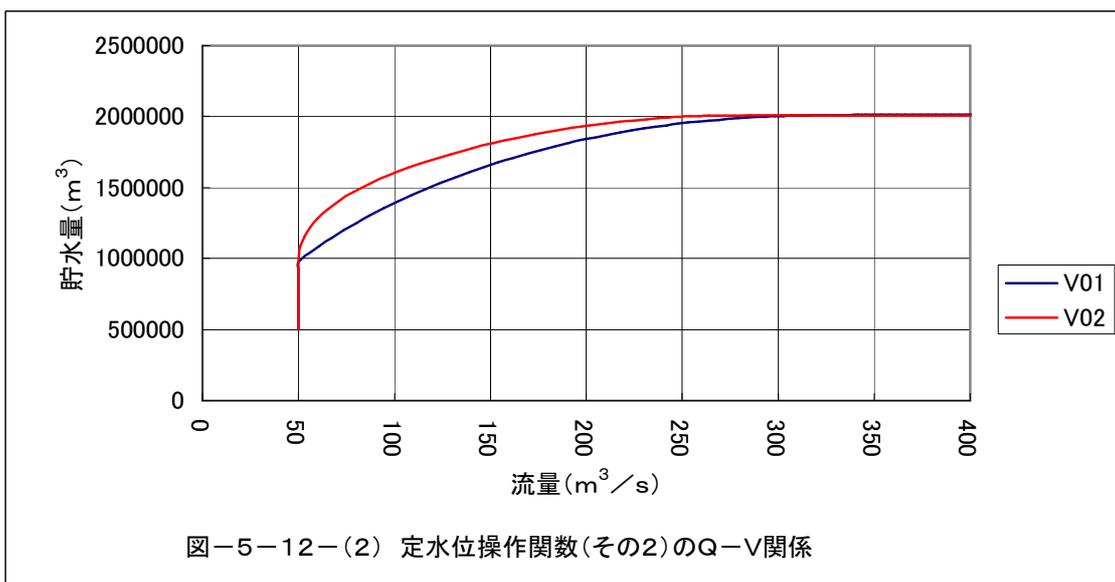
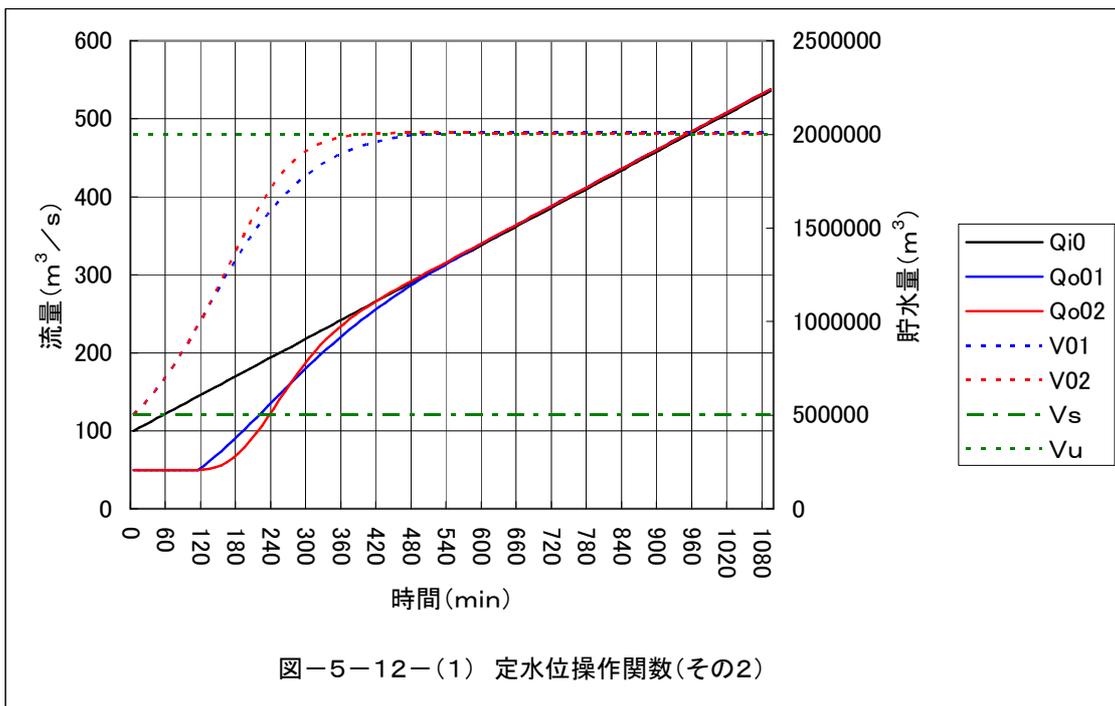
いわゆる任意の貯水量と放流量の状態から定水位操作状態へ移行していく関数の条件を満たしていると言うことができる。

いま、 $q_m = 50 \text{ m}^3 / \text{s}$ 、 $v_m = 500000 \text{ m}^3$ 、 $v_u = 2000000 \text{ m}^3$

と仮定して一定の流入量に対して目標とする貯水量と流入量に対してVとQ。  
 の挙動を計算して図-5-12に(5-31)式による結果を $Q_{o1}$ 、 $V_{o1}$ 、  
 (5-32)式による結果を $Q_{o2}$ 、 $V_{o2}$ として示してみた。

この図より明らかにいずれの関数も任意の放流量と貯水量の状態から定水位  
 操作関数の条件に収束して行っていることが判る。

(5-31)式に比べて(5-32)式の収束状況が早いことがわかる。2次  
 関数と1次関数の違いであり当然と言えば当然の結果と言える。



これらの関数の課題は流入量 $Q_i$ が放流量決定の基本となっていることであり、従って、流入量計算に当たって課題となる事項、たとえば、波動変動の影響を受けやすいなどの課題をすべて引きずっていると考えるのが妥当であろう。

しかしながら任意の貯水量と放流量の状態から定水位の安定状態へスムーズに移行できるという優れた利点も備えており、後述の(5-19)式の適用における課題の回避に当たって効果的に活用できるものと期待される。

## 5-6 他の操作システムから定水位操作システムへの移行

洪水期制限水位に対しての定水位操作への移行は通常は洪水前放流操作からなされる。しかるに、洪水前放流関数が $V$ の2次関数の場合においては理論的に放流量が流入量に近づいていくことはあっても流入量に等しくなることはない。また、楕円関数においては目標貯水量に近づくに従って放流量の決定過程が不安定状態となる。

さらに、任意の流量と貯水量から(5-19)式で示す定水位操作関数に移行するにあたっては図-5-9で示すように安定した定水位状態(貯水量がほとんど目標貯水量になるとともに、ほとんど流入量=放流量の状態を言う。以下「定水位状態」という。)に移行するまでの間においては貯水量も放流量も大きく振動しながら移行していることがわかる。したがって、定水位操作の安定状態になるまでの間、何らかのつなぎの措置が必要となることが多い。

ここでは、洪水前放流関数から改良型定水位放流関数へのつなぎについて考察することとしたい。

### 5-6-1 つなぎの関数

任意の操作状態から(5-19)式による定水位操作関数に移行する場合、その収束過程で水位と放流量が大きく変動することから、ある程度定水位状態になるまですり付けを行ったあと定水位操作関数に移行することが望ましい。

そこで、ここでは洪水前放流関数から定水位操作関数に至る前の間につなぎ関数を介在させて洪水前放流関数から定水位操作への円滑な移行を確保することを検討してみる。

いま、(3-14)式に基づいて洪水前放流が実行されているとする。現在の

放流量 =  $q_m$ 、貯水量 =  $v_m$  とする。

この状態から (5-31) 式をすり付け関数として、定水位操作の安定状態に誘導することを考えてみる。つまり、(5-31) 式は定水位関数であるが、任意の状態から定水位関数に移行する過程でのつなぎの関数としての機能も有しているものである。

(3-14) 式から (5-31) 式にスムーズに移行するためには図-5-13のP点の座標を ( $q_m$ 、 $v_m$ ) とし、(3-14) 式に接する直線が (5-31) 式と重なる瞬間に (5-31) 式に乗り移ればよいこととなる。

( $q_m$ 、 $v_m$ ) 点で (3-14) 式に接する直線は次の通りである。

$$Q_{o1} = (2 \times (v_m - B)) \times (V - v_m) + q_m \dots (5-33)$$

一方、(5-31) 式を書き換えると次の通りとなる。

$$Q_{o2} = \left\{ \frac{(Q_i - q_m)}{(v_u - v_m)} \right\} \times (V - v_m) + q_m \dots (5-34)$$

(5-33) 式と (5-34) 式においてはそれぞれの操作の状態 ( $q_m$ 、 $v_m$ ) の値毎に式の勾配が変化するが他の項は同じである。と言うことは、式の勾配が同じになる瞬間において (3-14) 式から (5-31) 式に乗り換えればスムーズな移行が達成できることとなる。

従って、(5-33) 式と (5-34) 式の勾配の値が交錯する瞬間を明らかにすればよいことになる。

(5-33) 式と (5-34) 式をそれぞれ  $V$  で微分すると次の式を得ることができる。

$$\frac{d Q_{o1}}{d V} = 2 \times (v_m - B) \dots (5-35)$$

$$\frac{d Q_{o2}}{d V} = \frac{(Q_i - q_m)}{(v_u - v_m)} \dots (5-36)$$

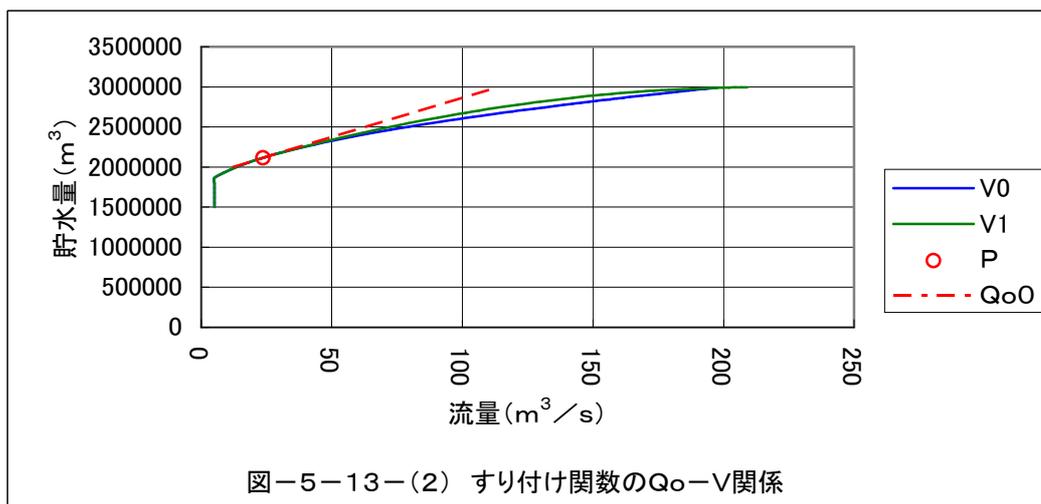
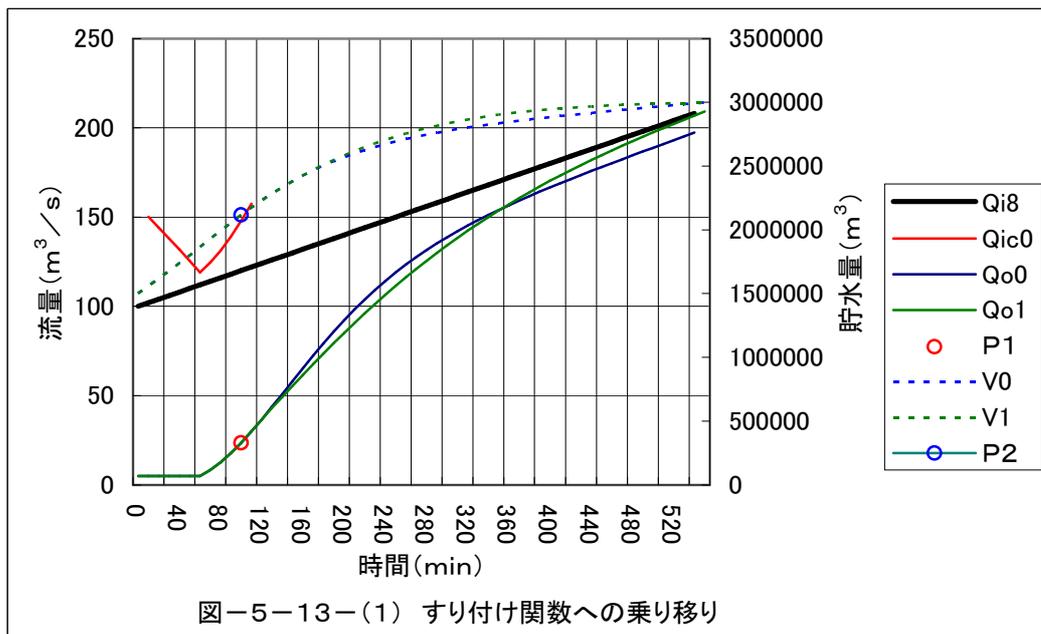
・通常は  $\frac{d Q_{o1}}{d V} < \frac{d Q_{o2}}{d V}$  である。従って、 $\frac{d Q_{o1}}{d V} < \frac{d Q_{o2}}{d V}$  の間は (3-14)

式による洪水前操作を継続する。

・  $\frac{d Q_{o1}}{d V} = \frac{d Q_{o2}}{d V}$  になった瞬間に (5-31) 式によるすり付け操作に移行す

る。

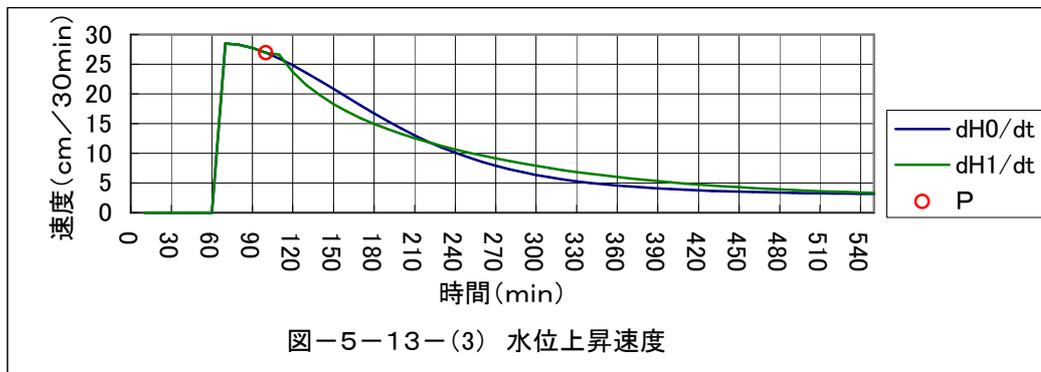
- 当初から  $\frac{d Q_{o1}}{d V} > \frac{d Q_{o2}}{d V}$  の場合には洪水前操作を実施することなく速やかに (5-31) 式によるすり付け操作に移行する。こうすることによりスムーズに洪水前操作から定水位操作への移行のための条件作りが可能となる。



これらのすり付け方法を適用しながらすり付け操作から定水位関数による放流操作に移行した結果を図-5-13に示している。

すりつけ前がQo0、V0でP点でQo1、V1に乗り移っていることにな

る。図-5-13-(3)には乗り移り前後の水位上昇速度も示しているがこの値の乗り移りもスムーズに実行されている。



#### 5-6-2 つなぎの関数による定水位操作への移行

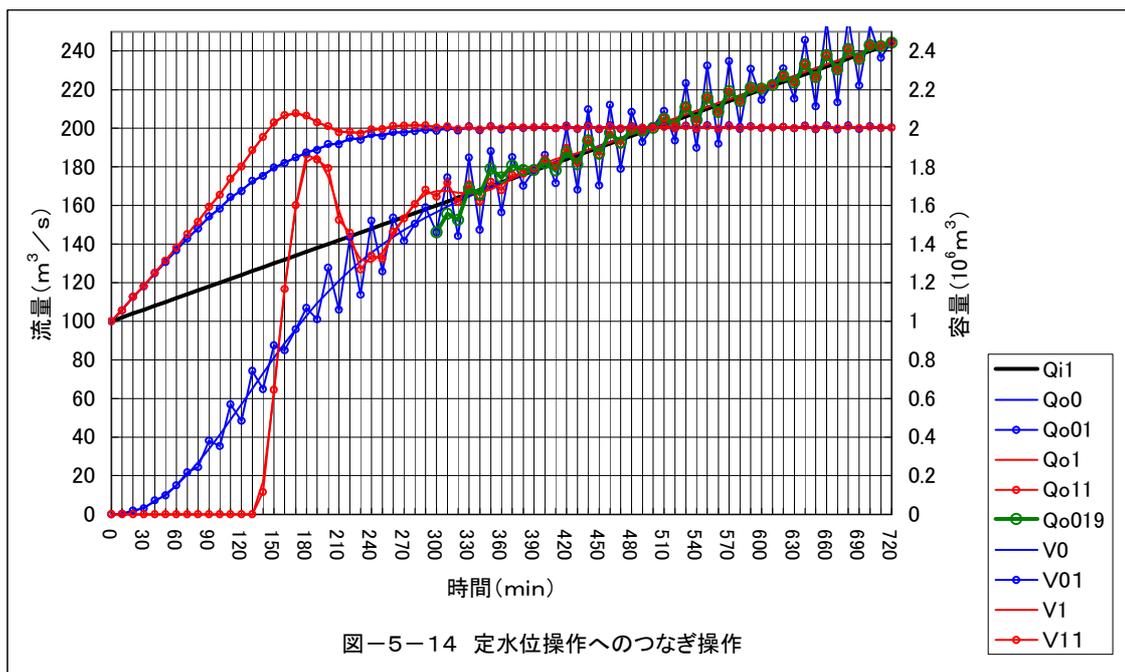
図-5-14は目標貯水量 $2000000\text{ m}^3$ として現在貯水量 $1000000\text{ m}^3$ 、現在放流量 $0\text{ m}^3/\text{s}$ から設定された流入量に改良型定水位関数((5-19)式)により漸近していくプロセスをシミュレートしたものである。このとき改良型定水位関数の定数は、 $K_1$ 、 $K_2 = 1/2000$ としている。また、放流量の計算において放流量が負の値になった場合は0としてその結果を $Q_1$ 、 $V_1$ として示している。この結果は図-5-9の場合と同様に、 $Q_1$ 、 $V_1$ とも大きく振動しながら300分余の時間を要して定水位操作の安定状態に達している。

また、 $Q_1$ 、 $V_1$ に対して図-5-9の場合と同じ波動変動を考慮した場合の放流量と貯水量を $Q_{11}$ 、 $V_{11}$ で示している。

しかしながら $Q_{11}$ 、 $V_{11}$ は $Q_1$ 、 $V_1$ とほとんど重複しているように見える。このことは改良型定水位関数が波動変動の影響を受けにくい優れた特性を有していると言える。

このことから、安定的に定水位操作に移行するためには別途安定移行のためのプロセスを準備しない限り改良型定水位関数の現地適用は不可能であるということが出来る。

この場合は、若干の波動変動の影響を甘受しながらも定水位状態への漸近を優先させて(5-31)式または(5-32)式によりほぼ安定した定水位状態にまで移行することを優先した運用を行うことにより対処することができる。



・  $Q_{011}$  は任意の流量と貯水量から (5-19) 式による定水位操作関数に移行した場合である。大きくうねりながら流入量に近づいているが、最終的には安定状態になっている。

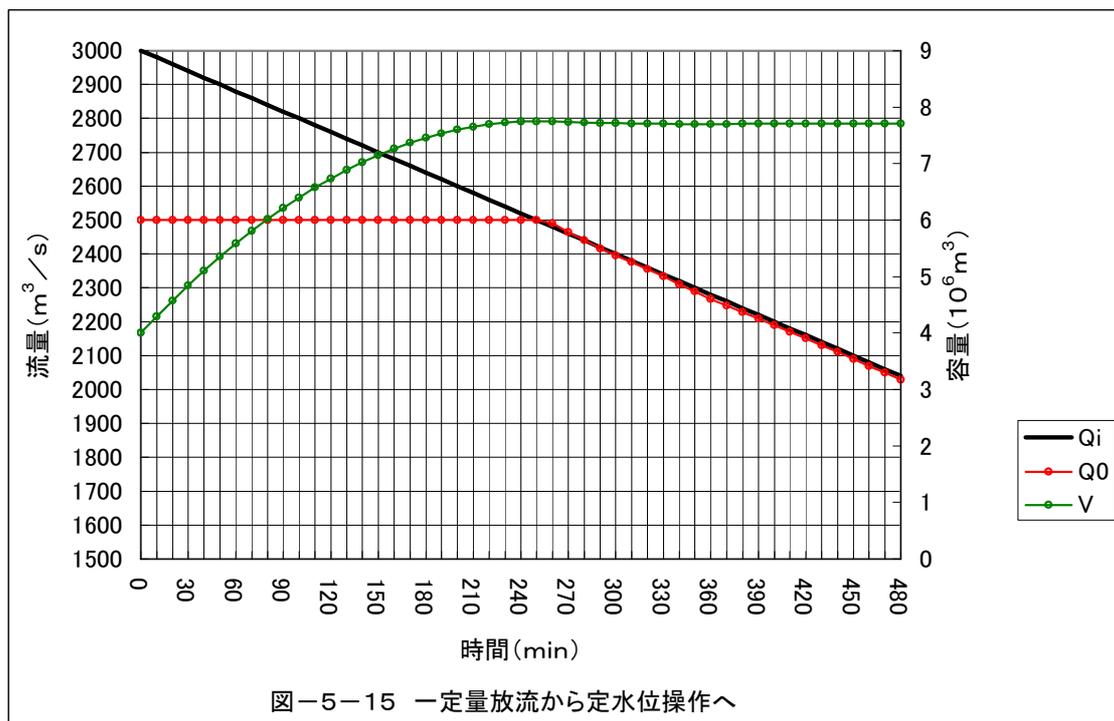
・  $Q_{01}$  は任意の流量と貯水量から (5-31) 式によるすり付け関数により放流した場合であり、比較的、水位と流量のコントロールはなされているが、貯水面の変動により攪乱されている部分がある。しかしながら、この期間は貯水量と放流量が安定した定水位放流にいたるまでの限られた期間であることから貯水量と放流量のコントロールを優先して波動変動の影響は容認せざるを得ない。

・  $Q_{019}$  は最初 (5-31) 式により定水位状態になるまで整えた後に (5-19) 式に乗り換えて放流を実行した場合である。それぞれの関数の利点を生かしながらかつなぎの関数から定水位操作関数に円滑に移行しており、ほぼ満足のいく結果が得られている。

### 5-7 一定量放流から定水位操作への移行

5-6 では任意の放流量と貯水量から定水位操作へ移行する場合について考察したが、ただし書き操作の後などには、一定量放流量から定水位操作へ移行するケースも考えられる。一定量放流から定水位操作への移行については、流

入量と放流量が同じになった段階でそのときの貯水量を維持することとなる。



従って、(5-19)式による定水位操作へ移行する段階で定水状態の条件が満足されているためスムーズに移行することが可能である。

シミュレーションによる移行の状況は図-5-15に示すとおりである。

## 5-8 まとめと今後の課題

### 5-8-1 まとめ

以上、定水位操作について実施したいいくつかの考察をまとめると次の通りである。

- ① 定水位操作は「流入」＝「放流」という一見単純に見える操作であるが、見方によっては最も難しい操作の一つである。
- ② 計算時間間隔内の貯水量変化から放流量を求め、これと同じ量を放流するという(5-2)式による現況定水位操作システム

$$Q_{o,n} = Q_{o,n-1} + \frac{V_n - V_{n-1}}{\Delta T} \quad \dots \dots (5-2)$$

では、定水位操作をしているという認識にもかかわらず、実態は、一定の量が過貯留又は過放流され、貯水位は変動する。(流入量の増加過程において貯

水位は上昇し、減少過程において下降する。)

(5-2)式による操作を解析的に整理すると(5-4)式による水位放流操作と同じであることが判った。

$$Q_o = c V + d \dots \dots \dots (5-4)$$

ただし、 $c = \frac{1}{\Delta T}$ 、 $d =$ 積分定数

- ③ 現況定水位操作システムに対して、次式に示すように右辺の第3項により放流量を補正する水位補正型定水位操作システムによれば

$$Q_{o,n} = Q_{o,n-1} + \frac{1}{\Delta T} \times (V_n - V_{n-1}) + K_1 (V_n - v_0) \dots \dots \dots (5-18)$$

②で言う水位の上昇、下降等の課題は是正されるが、さまざまな外部からの貯水位攪乱に対する過敏な応答が課題として残る。

- ④ 放流量を計算時間間隔内の貯水量変化と水位編差分から求める方法に固執することなく、さらに自由度の高い考え方に立てば ((5-18)式において右辺の第2項の定数を $1/\Delta T$ から $K_2$ に自由度を高める。)放流量と貯水量の時間変化は一般的な減衰振動の特性を有して、時間経過と共に所定の放流量と貯水量に収束していくことが判った。

$$Q_{o,n} = Q_{o,n-1} + K_2 (V_n - V_{n-1}) + K_1 (V_n - v_0) \dots \dots \dots (5-19)$$

ここで、 $K_1$ 、 $K_2$ を適切に選択すれば、収束性と安定性を兼ね備えた定水位放流関数を選定できる可能性がある。

この中で、(5-18)式は(5-19)式において、 $K_2 = 1/\Delta T$ といかたちの限定した状態を示していたということが出来る。

- ⑤ (5-19)式において $K_1 = K_2 = 1/2000$  (従来方式では $K_1 = 0$ 、 $K_2 = 1/600$ )程度にすると、より安定した定水位制御を実行出来ることが判った。
- ⑥ (5-19)式においても、完全に水位を目標容量に制御することは不可能であり、一定量の容量の偏差が必要である。定水位操作を実行するにおいて必要な容量の偏差の目安は $a/k_1$ となる。つまり、図-5-10においては最大の容量偏差が生じる状況は $a = 5/600$ 、 $k_1 = 1/2000$ であるから $V =$ 約 $12000\text{ m}^3$ となる。

ちなみに、これが(5-2)式によるものとすれば、 $V = 160000 \text{ m}^3$ となる。

- ⑦ 以上より、どのような方法を採用するにしても過放流の禁止と制限水位の制約の中で定水位制御の実行は理論的に実行不可能であり、より厳密な定水位制御を実現しようとするれば制限水位からある程度の水位偏差とある程度の過放流を許容する必要がある。

その許容限界は水位においては  $a / k_1$  と貯水位の波動変動から設定されるものであり、放流量においては(5-19)式によって算出される値であると言えることが出来る。

- ⑧ 以上を総合すると、何らかのかたちで操作規則の変更を余儀なくされることとなる。

現状の操作規則は規制的表現が多い。(.....水位を超えてはならない...より多く放流してはならない。等) しかしながら、操作の実務上このようなかたちの規則のもとでは現実に対処不可能であると言えることが判った。従って、操作規則においも現実を踏まえた適切な表現に修正する必要がある。

- ⑨ 他の操作から定水位操作へ移行するためには一定のプロセスを経由して安定した定水位操作に移行する必要がある。

任意の放流量と貯水位から放流量を流入量に収束させつつ一定の貯水量を維持していくためには事前放流関数{(3-14)式}からつなぎの関数{(5-31)式}を経由して定水位放流関数{(5-19)式}に移行する必要がある。

- ⑩ 当該時点の水位を維持するための定水位操作については、流入量=放流量となった段階で定水位状態の条件を満足していることから比較的容易に定水位操作関数への移行が可能である。

#### 5-8-2 .今後の課題

以上、定水位操作について、解析的考察を通じて、とりまとめをおこなったが、今後の課題について述べる。

ダム操作においては、洪水の状況に応じて、事前放流操作、定水位操作、洪

水調節操作、ケースによってはただし書き操作、事後放流操作等があるが、これまで、定水位操作は水位による操作は不可能であるとの認識のもとにあった。

今回、定水位操作についても貯水量の変化速度が要素として加わったものの、貯水位のみによって定水位操作が可能であるとの結論を得た。このことにより、洪水の始まりから終わりに至る全ての過程で水位のみによる操作が可能となる見通しを得ることができた。

個々の操作の特性を明らかにすることは勿論のこと、「事前放流操作に何時からはいるか（何時から放流を開始するか）」、「何時から、ただし書き操作に移行するか」、と言ったある操作からその他の操作に移行する段階における判断なども操作上の重要な課題である。

今後はそれぞれの個別の操作を如何に合理的に実行するかという面と、それぞれの操作間のつながりをいかに的確に判断して移行していくかという2つの側面からの課題に置き換え問題の明確化を行なうことが出来るようになった。

このような考え方にに基づき操作全体を工学的な立場から分析整理した上で操作規則の全体についての見直しが必要であるといえる。

自動車工学は近代技術の集積であると言われている。しかしながらこの高度に複雑化したメカニズムを有する物体はハンドルとブレーキとアクセルを通じて自在に一般の人々の利便に供されている。

ダム操作においても然りである。ダム操作においては、現地適用性を優先的に考えるあまり、科学的考察を回避する嫌いがある。しかしながら、科学的に解明すべき課題は山積していると言わざるを得ない。まず、ダム操作を科学的立場から詳細に解明し、その結果を如何に現場において適用させるかと言った2つの側面からの取り組みがあって初めてダムの効用が社会的に評価されるのではないかと考えている次第である。

目次に戻る